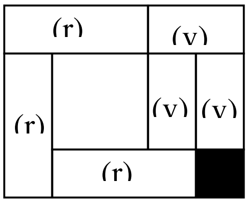
20ème Rallye Mathématique Transalpin, épreuve d'essai
Section de Bourg en Bresse

Vous trouverez ci-dessous, une épreuve d'essai pour la catégorie 5 (CM2).
Les problèmes sont suivis des analyses à priori et des attributions de points qui sont en vigueur sur le Rallye.
Cette épreuve d'essai doit vous permettre de savoir avec vos élèves si la participation au rallye est envisageable tout en dégageant des pistes de travail pour le comportement à avoir face à une telle situation.

4. LES CARRES DE PAUL (Cat. 3, 4, 5)

Paul a reçu un jeu de construction, composé de huit pièces rangées dans une boîte, comme celle dessinée ici :

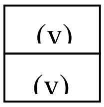


Il y a quatre sortes de pièces, de quatre couleurs:
- un grand carré blanc,
- trois petits rectangles verts, (v)
- trois grands rectangles rouges, (r)
- un petit carré noir.

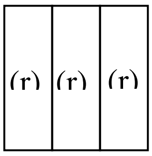
Colorier toutes les pièces rouges (r) *et vertes* (v)

Le jeu consiste à former des carrés avec plusieurs pièces données.
Paul a pu former deux carrés de plusieurs pièces d'une seule couleur :

un vert

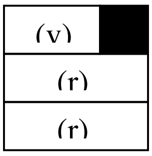


et un rouge



Il a aussi pu former beaucoup de carrés de trois couleurs (avec trois sortes de pièces).

Par exemple : avec le carré noir,
un rectangle vert (v)
et deux rectangles rouges (r) :



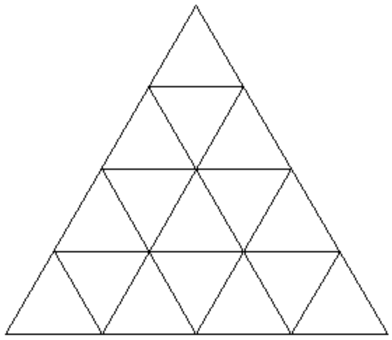
Essayez de former un carré de deux couleurs (en utilisant deux sortes de pièces seulement).

Essayez de former un autre carré, de quatre couleurs, (en utilisant les quatre sortes de pièces).

Dessinez les carrés que vous avez pu former (seulement un de deux couleurs et seulement un de quatre couleurs) en faisant bien apparaître les pièces que vous avez utilisées.

5. DES TRIANGLES DANS TOUS LES SENS (Cat. 3, 4, 5)

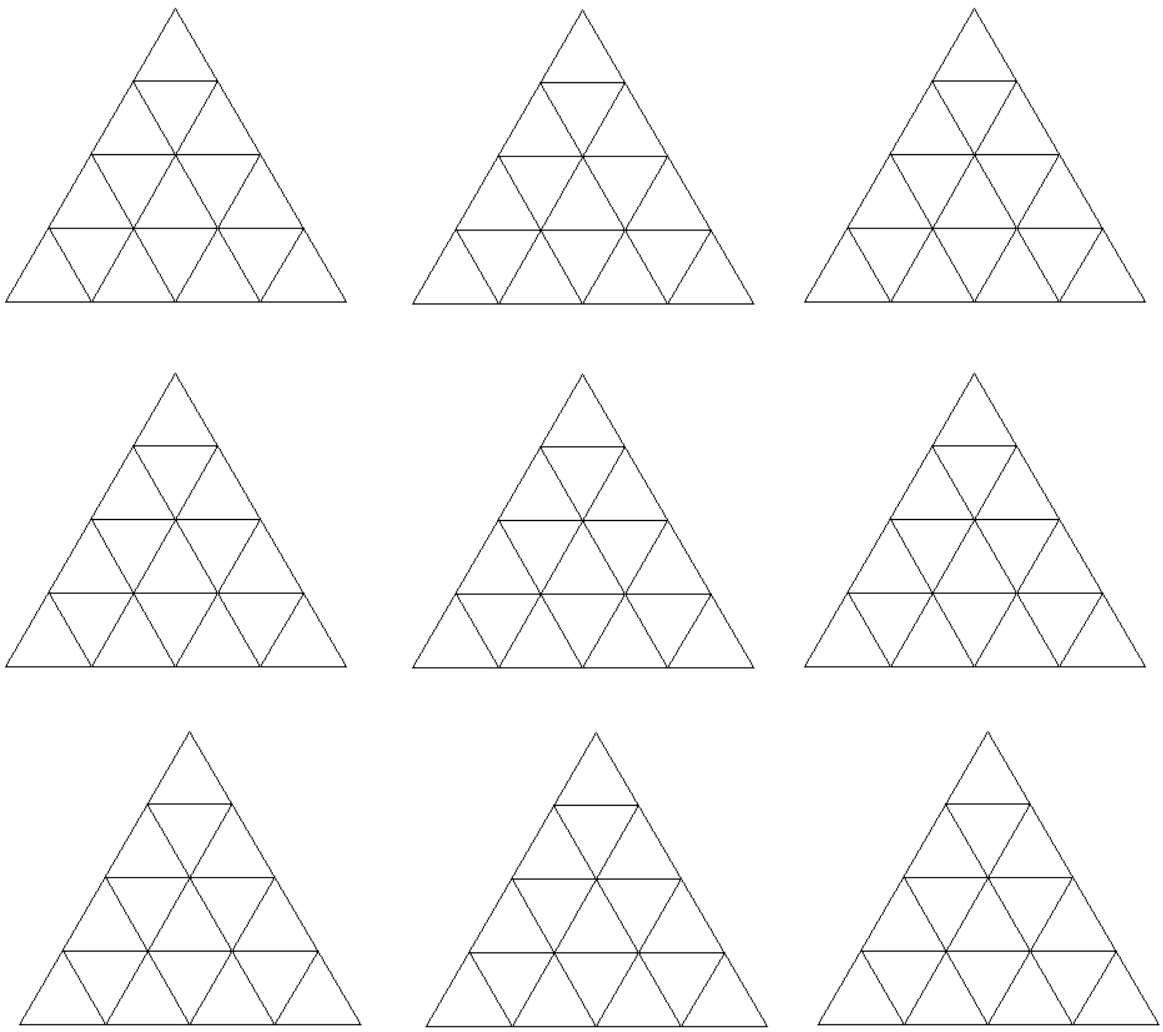
Il y a beaucoup de triangles dans cette figure, des petits, des plus grands .... Certains sont faciles à voir et d'autre moins.



Combien peut-on voir de triangles en tout dans cette figure ?

Dites combien il y en a de chaque taille.

Pour vous aider, vous pouvez utiliser les grilles ci-dessous et dessiner vos triangles de couleurs différentes.



6. LES BUTS DU MONDIAL (Cat. 4, 5)

André a collé dans un album les 145 photos des buts marqués pendant la coupe du monde de football 2010.

Les pages de l'album sont numérotées de 1 à 40.

Il a collé 6 photos sur la page 20 et 6 autres photos sur la page 21.

Ensuite, sur chaque page impaire (sauf la page 21), il a collé le même nombre de photos.

Enfin, sur chaque page paire (sauf la page 20), il a collé une photo de plus que sur chaque page impaire.

Combien de photos André a-t-il collées sur la page 4 ? Et combien sur la page 33 ?

Expliquez votre raisonnement.

7. MUSICIENS, COMEDIENS ET DANSEURS (Cat. 4, 5, 6)

Les 20 élèves de la classe ont formé trois groupes pour un spectacle :

un groupe de musiciens;
un groupe de comédiens ;
un groupe de danseurs.

Les musiciens sont les plus nombreux.

Les comédiens sont moins nombreux que les danseurs.

La différence entre le nombre de musiciens et le nombre de comédiens est plus petite que 7.

Comment les 20 élèves ont-ils pu se répartir dans les trois groupes ?

Donnez toutes les possibilités et indiquez comment vous les avez trouvées.

8. QUE D'ŒUFS ! QUE D'ŒUFS ! (Cat. 5, 6, 7)

Mathurin emballe ses œufs de la façon suivante.

- Il les met d'abord dans des boîtes de 6 œufs ;
- chaque fois qu'il a 6 boîtes, il les met dans un carton, qu'il ferme ;
- dès qu'il a 6 cartons, il les met dans une caisse, qu'il ferme.

Aujourd'hui, les poules ont bien pondu… Mathurin a ramassé 1 000 œufs.
Mathurin vient de terminer les emballages.

Combien voit-il de caisses pleines, de cartons pleins, de boîtes pleines et d'œufs non emballés ?
Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

9. LE DEUXIEME CHAPITRE (Cat. 5, 6, 7)

Jean vient de lire le deuxième chapitre d'un livre d'aventure.

Les pages du livre sont numérotées de 1 à 216 et chaque nouveau chapitre commence sur une nouvelle page.

Jean a additionné les numéros des pages du deuxième chapitre et a trouvé 98. comme somme.

Combien le deuxième chapitre peut-il avoir de pages ? et quelles sont ces pages ?

Indiquez toutes les possibilités et expliquez comment vous les avez trouvées.

10. CLOUS ET FILS ELASTIQUES (Cat. 5, 6, 7)

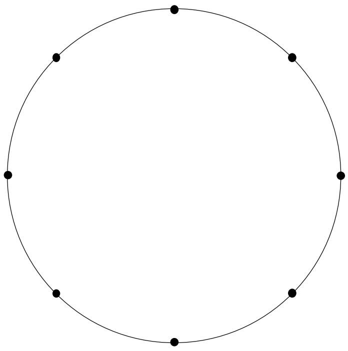


figure 1

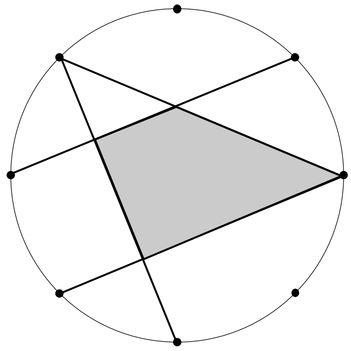


figure 2

Sur le bord d'un disque on a planté 8 clous très régulièrement. Entre deux clous qui se suivent, il y a toujours la même distance (voir figure 1).

On dispose de quatre fils élastiques qu'on peut tendre entre deux clous.

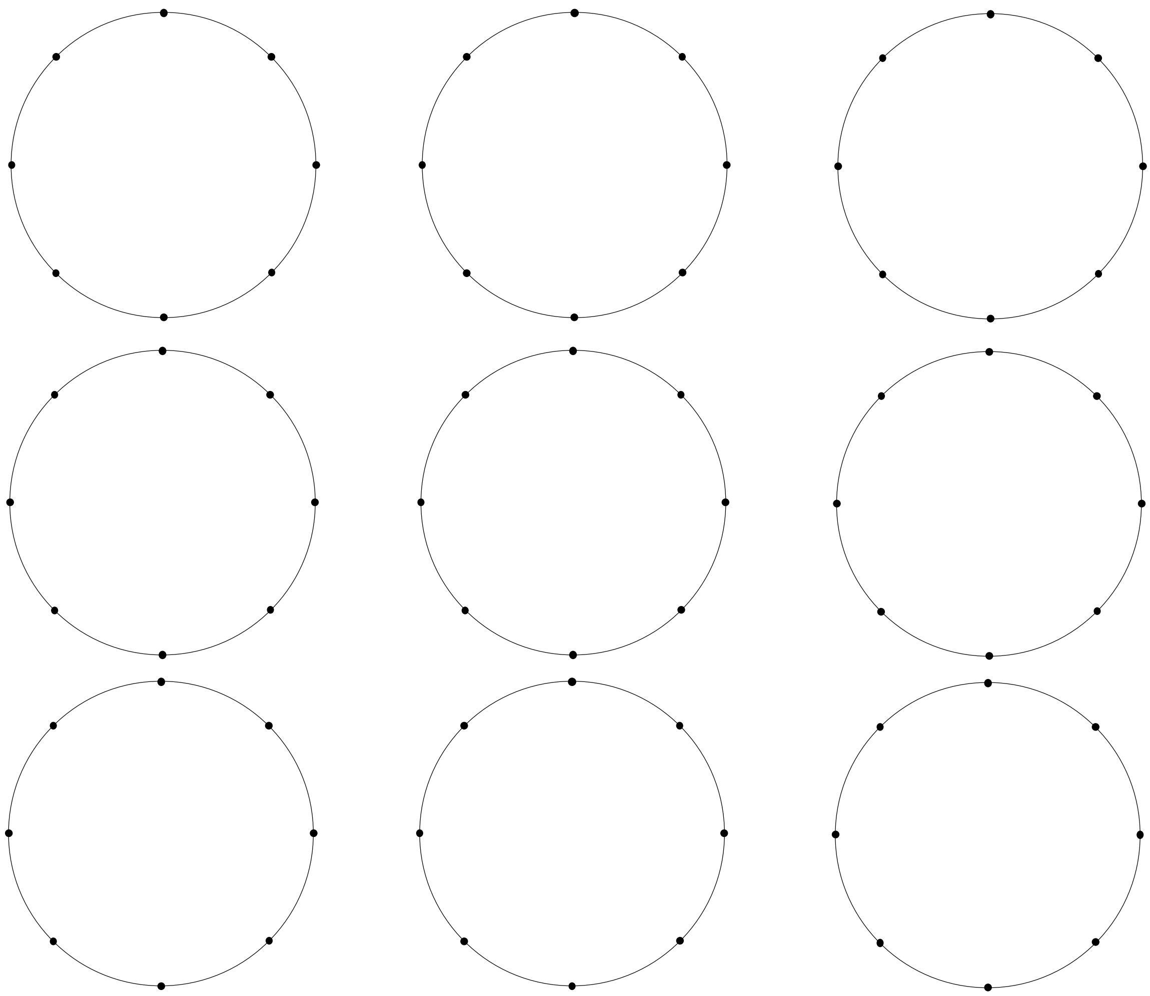
Le but est de former des rectangles (ou des carrés) ayant leurs côtés sur les quatre fils.

Jules a tendu les quatre fils (voir figure 2), mais il n'a pas atteint son but : il a obtenu un trapèze !

Trouvez tous les rectangles ou carrés différents que les quatre fils peuvent former.

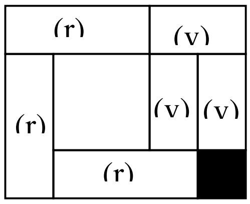
Dessinez toutes les figures que vous avez trouvées. Si vous avez deux figures de mêmes dimensions, n'en dessinez qu'une seule !

(Utilisez les cercles ci-dessous pour dessiner vos rectangles ou carrés différents.)



4. LES CARRES DE PAUL (Cat. 3, 4, 5)

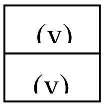
Paul a reçu un jeu de construction, composé de huit pièces rangées dans une boîte, comme celle dessinée ici :

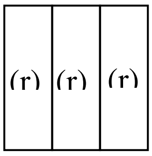


Il y a quatre sortes de pièces, de quatre couleurs:
- un grand carré blanc,
- trois petits rectangles verts, (v)
- trois grands rectangles rouges, (r)
- un petit carré noir.

Colorier toutes les pièces rouges (r) *et vertes* (v)

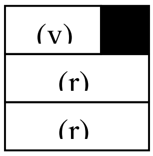
Le jeu consiste à former des carrés avec plusieurs pièces données.
Paul a pu former deux carrés de plusieurs pièces d'une seule couleur :

un vert 

et un rouge 

Il a aussi pu former beaucoup de carrés de trois couleurs (avec trois sortes de pièces).

Par exemple : avec le carré noir,
un rectangle vert (v)
et deux rectangles rouges (r) :



Essayez de former un carré de deux couleurs (en utilisant deux sortes de pièces seulement).

Essayez de former un autre carré, de quatre couleurs, (en utilisant les quatre sortes de pièces).

Dessinez les carrés que vous avez pu former (seulement un de deux couleurs et seulement un de quatre couleurs) en faisant bien apparaître les pièces que vous avez utilisées.

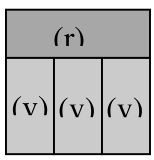
ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Géométrie : carrés, rectangles, aires

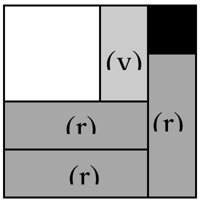
Analyse de la tâche

- Percevoir, d'après les figures données, les rapports entre les dimensions des quatre sortes de pièces : (1 x 1), (1 x 2), (1 x 3) et (2 x 2) afin de pouvoir les juxtaposer.
- Comprendre que pour construire les carrés on ne peut utiliser que les huit pièces à disposition pour chaque construction, mais qu'il n'est pas nécessaire de les utiliser toutes.
- Vérifier les deux exemples de carrés d'une seule couleur (qui utilisent pourtant plusieurs pièces).
- Chercher à construire un carré de deux couleurs (avec deux sortes de pièces) et voir qu'il n'y a qu'une possibilité pour un carré de 3 x 3, avec les trois petits rectangles et un grand rectangle (voir ci-dessous). (On ne peut utiliser ni le petit carré noir, ni le grand blanc car il faudrait encore deux autres sortes de pièces pour terminer la construction. Pour un carré plus grand, de 4 x 4, il faudrait aussi plus de deux sortes de pièces.)



- Constater que, pour le carré avec quatre sortes de pièces, il n'existe pas de carré de 3 x 3, par essais ou par des considérations sur les aires. (Les quatre sortes de pièces donnent au minimum une aire de 1 + 4 + 2 + 3 = 10, qui est supérieur à 3 x 3 = 9). En cherchant à construire des carrés de 4 x 4, avec les quatre sortes de pièces, on s'aperçoit qu'il n'y a aussi qu'une solution, par essais (ou éventuellement, pour les plus grands élèves, par des considérations sur les aires : une pièce de chaque sorte donne déjà une aire de 10, pour aller à 16 il faut obligatoirement ajouter deux pièces d'aire 3, c'est-à-dire deux grands rectangles.)

- Former alors un carré de 4 x 4 avec le petit noir, le grand blanc, un petit rectangle vert et les trois grands rectangles rouges.



Attribution des points

4 Les deux carrés dessinés correctement, avec les pièces apparentes indépendamment de la disposition des pièces

3 Les deux carrés dessinés correctement, mais avec la présence d'autres carrés obtenus avec les mêmes pièces, disposées autrement (contrairement à la demande : « ne dessinez qu'un seul carré de 2 ou 4 couleurs »)

2 Un seul des deux carrés dessiné correctement avec les pièces apparentes
ou les deux carrés dessinés correctement avec un ou plusieurs autres carrés qui ne satisfont pas les conditions (avec par exemple deux carrés noirs, ou plus de trois rectangles gris clair, ou trois couleurs au lieu de deux…)

1 Un ou deux carrés de deux ou quatre couleurs, qui ne satisfont pas les conditions
ou un rectangle (non carré) respectant les contraintes

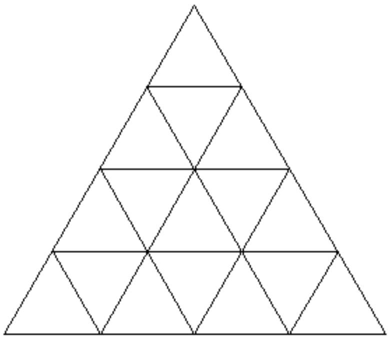
0 Incompréhension du problème

Niveaux : 3, 4, 5.

Origine : Udine

5. DES TRIANGLES DANS TOUS LES SENS (Cat. 3, 4, 5)

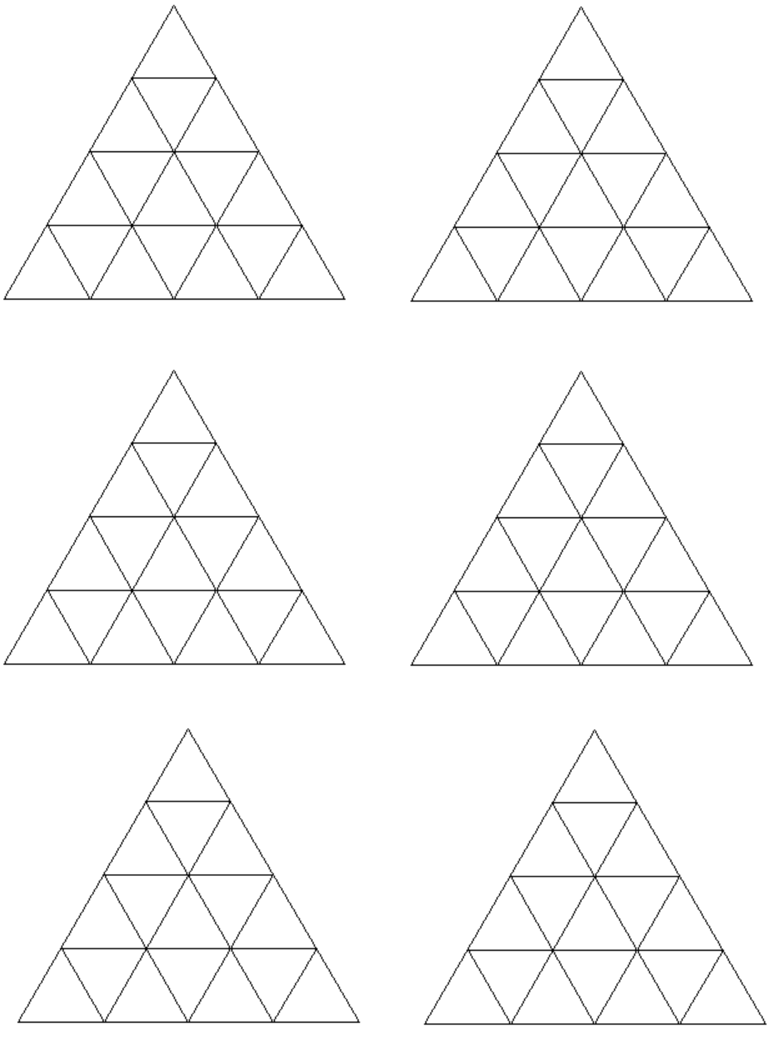
Il y a beaucoup de triangles dans cette figure, des petits, des plus grands .... Certains sont faciles à voir et d'autre moins.



Combien peut-on voir de triangles en tout dans cette figure ?

Dites combien il y en a de chaque taille.

Pour vous aider, vous pouvez utiliser les grilles ci-dessous et dessiner vos triangles de couleurs différentes.



ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Géométrie : reconnaissance de triangles dans une figure complexe
- Logique : dénombrement organisé

Analyse de la tâche

- Comprendre qu'il y a des triangles de tailles différentes et que certains peuvent en contenir d'autres plus petits.
- Identifier les quatre types de triangles.
- Compter tout d'abord les plus petits (16)
- S'organiser pour ne pas oublier de triangles parmi les autres types (qui se superposent partiellement) soit en les dessinant de couleurs différentes, soit en marquant leurs sommets ... et trouver :
  - les 7 qui contiennent 4 petits triangles, si l'on n'oublie pas celui du centre qui « a la tête en bas »,
  - les 3 qui contiennent 9 petits triangles,
  - et celui qui contient les 16 petits. Au total ; 16 + 7 + 3 + 1 = 27

Ou, découper un triangle fait de 4 petits triangles, un autre de 9 petits triangles les placer sur le grand triangle pour trouver toutes les positions qu'ils peuvent occuper.

Attribution des points

4 Réponse exacte et complète (27 triangles : 16 petits ; 7 de « quatre » ; 3 de « neuf » et le grand) avec tracé des différents triangles ou une liste ou autre description claire et correcte

3 Réponse avec l'oubli du triangle « tête en bas » (26 : 16 petits ; 6 de « quatre » ; 3 de « neuf » et le grand)
ou réponse exacte (27) avec dessins ou inventaire mais sans indiquer le nombre de chaque catégorie

2 Réponse 27 ou 26 sans description ni dessin
ou trois des quatre types de triangles identifiés et comptés sans erreurs
ou identification des quatre types de triangles mais le dénombrement est incomplet et conduit à une réponse de 18 à 25

1 Seuls les petits triangles et le grand ont été identifiés (réponse 17)
ou deux autres types de triangles

0 Incompréhension du problème ou seulement le grand triangle ou seulement les 16 petits

Niveaux : 3, 4, 5

Origine : Bourg-en-Bresse

6. LES BUTS DU MONDIAL (Cat. 4, 5)

André a collé dans un album les 145 photos des buts marqués pendant la coupe du monde de football 2010.

Les pages de l'album sont numérotées de 1 à 40.

Il a collé 6 photos sur la page 20 et 6 autres photos sur la page 21.

Ensuite, sur chaque page impaire (sauf la page 21), il a collé le même nombre de photos.

Enfin, sur chaque page paire (sauf la page 20), il a collé une photo de plus que sur chaque page impaire.

Combien de photos André a-t-il collées sur la page 4 ? Et combien sur la page 33 ?

Expliquez votre raisonnement.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissance

- Arithmétique : les 4 opérations, nombres pairs et impairs

Analyse de la tâche

- Comprendre qu'il reste 38 pages à remplir avec 133 photos.
- Comprendre aussi qu'il y a alors 19 pages paires et 19 pages impaires à remplir.
- Comprendre que chaque page paire contient une photo de plus que chaque page impaire.
- Procéder par essais et ajustements successifs, (par exemple en multipliant deux nombres qui se suivent par 19 et en les additionnant pour obtenir 133).

Ou partir de divisions et d'ajustements :

diviser 133 par 38, puis ajuster à partir du quotient (ou essayer en partant de 38 x … de s'approcher de 133) ;

diviser 133 par 19, on trouve 7 à partager entre une page paire (4 photos) et une page impaire (3 photos) ;

diviser approximativement 133 par 2 (prendre par exemple 66) et diviser le résultat par 19, puis ajuster.

Ou, soustraire 19 de 133 (une photo par page paire, diviser par 2 ; 114 : 2 = 57, distribuer les 57 photos en parts égales sur les 19 pages 57 : 19 = 3 et conclure qu'il y a 3 photos par page impaire et 4 par page paire.

- Répondre à la question : 4 photos sur la page 4 et 3 photos sur la page 33.

Attribution des points

4 Réponse correcte (4 photos sur la page 4 et 3 photos sur la page 33), avec explications claires et complètes

3 Réponse correcte avec une explication incomplète ou confuse

2 Réponse correcte sans explication ou démarche correcte avec une seule erreur de calcul

1 Début de recherche correcte (au moins arriver à 133 photos à répartir sur 38 pages)

0 Incompréhension du problème

Niveau : 4, 5

Origine: Argentine

7. MUSICIENS, COMEDIENS ET DANSEURS (Cat. 4, 5, 6)

Les 20 élèves de la classe ont formé trois groupes pour un spectacle :

un groupe de musiciens;
un groupe de comédiens ;
un groupe de danseurs.

Les musiciens sont les plus nombreux.

Les comédiens sont moins nombreux que les danseurs.

La différence entre le nombre de musiciens et le nombre de comédiens est plus petite que 7.

Comment les 20 élèves ont-ils pu se répartir dans les trois groupes ?

Donnez toutes les possibilités et indiquez comment vous les avez trouvées.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : dénombrement, addition, soustraction

Analyse de la tâche

- A la lecture du texte, comprendre que les nombres d'élèves dans les trois groupes sont ordonnés ainsi : nb. musiciens > nb. danseurs > nb. comédiens, que les trois nombres sont différents, que leur somme est 20, et qu'il y a 6 de différence, au maximum, entre le petit nombre et le grand nombre.
- Comprendre que, pour répondre à la question, il faudra rechercher « toutes les manières de répartir les élèves » c'est-à-dire dresser l'inventaire complet des décompositions de 20 selon les contraintes citées ci-dessus.
- Pour cela, on peut procéder par essais et ajustements, avec le risque de ne pas être exhaustif.
- On peut aussi organiser les décompositions de façon à ne pas en oublier. Les modes d'organisation sont nombreux. En faisant des essais sur le nombre de comédiens auquel on ajoute de 1 à 6 pour obtenir le nombre de musiciens :

  on peut éliminer l'hypothèse « 1 » comédien car on aurait de 2 à 7 musiciens et donc de 17 à 12 danseurs, ce qui contredit une des contraintes. 20 – (1 + 2) = 17, 20 – (1 + 3) = 16, … 10 – (1 + 7) = 12,

  de même, avec 2 comédiens, au aurait de 3 à 8 musiciens et donc de 15 à 10 danseurs,

  avec 3 comédiens, les essais de 4, 5, 6, 7, 8 musiciens donnent 13, 12, 11, 10, 9 danseurs mais l'essai de 9 musiciens (le maximum) donne 20 – (3 + 9) = 8 danseurs : première solution : **3 comédiens, 8 danseurs et 9 musiciens** ;

  avec 4 comédiens, on obtient les solutions (**4 ; 6 ; 10**) et (**4 ; 7 ; 9**) car (4 ; 8 ; 8), (4 ; 9 ; 7) … sont à éliminer,

  avec 5 comédiens, on obtient les solutions (**5 ; 6 ; 9**) et (**5 ; 7 ; 8**) car (5 ; 11 ; 4), (5 ; 10 ; 5) … sont à éliminer,

  avec 6 comédiens, il n'y a plus de solutions car (6 ; 12 ; 2), (6 ; 11 ; 3) … (6 ; 7 ; 7) sont à éliminer.

Ou : faire l'inventaire de toutes les décompositions de 20 en somme de trois termes différents ordonnés du plus petit au plus grand (1 + 2 + 17 ; 1 + 3 + 16 ; … ; **3 + 8 + 9** ; 4 + 5 + 11 ; **4 + 6 + 10 ; 4 + 7 + 9 ; 5 + 6 + 9 et 5 + 7 + 8** et choisir celles où il n'y a pas plus de 6 de différence entre le petit et le grand terme.

- Exprimer la réponse dans le contexte donné : il y a 5 répartitions possibles (comédiens, danseurs, musiciens) : (3 ; 8 ; 9), (4 ; 6 ; 10), (4 ; 7 ; 9) (5 ; 6 ; 9) et (5 ; 7 ; 8).

Attribution des points

4 Les 5 répartitions correctes (voir ci-dessus) sans autre répartition et avec une méthode apparente

3 Les 5 répartitions correctes avec, en plus, au maximum deux répartitions inexactes qui respectent cependant l'ordre et le nombre total d'élèves
ou les 5 répartitions correctes, sans autres incorrectes, mais sans explications (au hasard, sans organisation)
ou 4 répartitions correctes, sans répartition supplémentaire incorrecte

2 3 ou 4 répartitions correctes avec d'autres répartitions inexactes qui respectent l'ordre et le nombre total d'élèves
ou 3 répartitions correctes sans répartition incorrecte
ou seulement les 2 répartitions (3 ; 8 ; 9) et (4 ; 6 ; 10) ; où les enfants ont compris « six de différence exactement » au lieu de « 6 de différence au maximum)

1 de 1 à 3 répartitions correctes avec d'autres répartitions incorrectes

0 Incompréhension du problème

Niveaux : 4, 5, 6

Origine : Luxembourg + gp

8. QUE D'ŒUFS ! QUE D'ŒUFS ! (Cat. 5, 6, 7)

Mathurin emballe ses œufs de la façon suivante.

- Il les met d'abord dans des boîtes de 6 œufs ;
- chaque fois qu'il a 6 boîtes, il les met dans un carton, qu'il ferme ;
- dès qu'il a 6 cartons, il les met dans une caisse, qu'il ferme.

Aujourd'hui, les poules ont bien pondu… Mathurin a ramassé 1 000 œufs.

Mathurin vient de terminer les emballages.

Combien voit-il de caisses pleines, de cartons pleins, de boîtes pleines et d'œufs non emballés ? Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissance

- Arithmétique : division, quotients et restes, multiplication, puissances

Analyse de la tâche

- Comprendre les emboîtements successifs obtenus en groupant les œufs par boîte de 6, puis les boîtes par cartons de 6 et enfin les cartons par caisse de 6.
- Comprendre qu'il y a des emballages qui ont été réalisés et qu'on ne voit plus à la fin.
- Utiliser une procédure progressive : 6 œufs donnent une boîte, 6 boîtes donnent un carton (soit 36 œufs utilisés), 6 cartons donnent 1 caisse (donc on a utilisé 216 œufs). Il reste 784 œufs … pour lesquels on reprend le processus.

Ou, utiliser une procédure par divisions successives par 6 en interprétant le quotient comme le nombre d'emballages « supérieurs » et le reste comme le nombre d'œufs ou d'emballages « inférieurs ».

Ou, calculer qu'une caisse contient 6 x 6 x 6 = 216 œufs et un carton 6 x 6 = 36 œufs, puis diviser 1000 par 216, on trouve 4 (donc 4 caisses) avec un reste de 136 (œufs), puis diviser 136 par 36, on trouve 3 (cartons) avec un reste de 28 œufs qui remplissent 4 boîtes de 6 et il reste 4 œufs non emballés.

Attribution des points

4 Réponse correcte (4 caisses, 3 cartons, 4 boîtes, 4 œufs) avec explications claires

3 Réponse correcte sans explication
ou oubli des 4 œufs qui restent (les autres réponses correctes) ou une seule erreur de calcul, avec explication correcte

2 Démarche correcte avec plus d'une erreur de calcul
ou réponse (4 caisses, 27 cartons, 166 boîtes, 4 œufs) où ont été comptés tous les emballages réalisés successivement (tenant compte aussi de ceux qu'on ne voit plus)

1 Début de recherche correcte (partage par 6 ou au moins le calcul des 216 œufs d'une caisse)

0 Incompréhension du problème

Niveaux : 5, 6, 7

Origine : Siena, 4e RMT I. *Les emballages*

9. LE DEUXIEME CHAPITRE (Cat. 5, 6, 7)

Jean vient de lire le deuxième chapitre d'un livre d'aventure.

Les pages du livre sont numérotées de 1 à 216 et chaque nouveau chapitre commence sur une nouvelle page.

Jean a additionné les numéros des pages du deuxième chapitre et a trouvé 98. comme somme.

Combien le deuxième chapitre peut-il avoir de pages ? et quelles sont ces pages ?

Indiquez toutes les possibilités et expliquez comment vous les avez trouvées.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : les opérations et leurs propriétés, la numération

Analyse de la tâche

- Comprendre que les numéros des pages du deuxième chapitre sont des nombres qui se suivent, que leur somme est 98, qu'ils ne doivent pas commencer par 1 (il y a un premier chapitre).
- Faire quelques essais à partir d'une hypothèse sur la première page du deuxième chapitre et vérifier si l'on arrive à 98 en additionnant les numéros des pages successives. Par exemple si l'on pense que la première page est 17, additionner successivement 18 (35), 19 (54), 20 (74), 21 (95), 22 (117) ceci permet de constater qu'on a dépassé 98 sans y passer.
- Dresser un inventaire systématique par hypothèses successives à partir de 3, 4, 5, … comme première page du deuxième chapitre. (Avec l'hypothèse « 3 », on additionne 3 + 4 + 5 + … et l'on vérifie que l'on n'atteint pas 98) Cette méthode est longue et un peu fastidieuse mais avec la calculatrice et une répartition des essais au sein du groupe, elle peut aboutir.

Ou organiser les essais à partir de 98 pages et d'une estimation par divisions successives du nombre situé au milieu de la suite. Par exemple si l'on considère un chapitre de deux pages, on voit que 49 est la moitié de 98 mais que ni 49 + 50 ni 48 + 49 ne peuvent conduire à 98.

Avec trois pages, on imagine un nombre au centre de la suite et proche du tiers de 98 : 32 + 33 + 34 = 99 ou 31 + 32 + 33 = 96 montrent qu'on n'arrive pas à 98.

C'est avec 4 pages qu'on arrive à la première solution : le quart de 98 se situe entre 24 et 25, ces deux nombres pourraient être au centre de la suite de 4 nombres consécutifs ; et effectivement 23 + **24** + **25** + 26 = 98

On élimine ensuite les hypothèses sur 5 et sur 6 pages pour constater qu'avec 7 pages on arrive à une deuxième solution 98 : 7 = 14 donne : (11 + 12 + 13 + **14** + 15 + 16 + 17 = 98)

Puis il faudra éliminer les hypothèses allant de 8 à 11 pages. A partir de 12 il n'y a plus de solution, car la somme de 12 nombres consécutifs commençant par 3 dépasse déjà 98 (3 + 4 + ... + 14 = 102).

Ou, utiliser (plus ou moins consciemment) des propriétés des opérations, par exemple :

- comme 98 est pair, il ne peut pas être la somme de deux nombres consécutifs (dont l'un est pair et l'autre impair) mais il peut être la somme de quatre nombres consécutifs comme le sont les nombres pairs non multiples de 4

6 (0 + 1 + 2 + 3) ; 10 (1 + 2 + 3 + 4) ; 14 (2 + 3 + 4 + 5) ; 18 ; 22, …

- comme 98 n'est pas un multiple de 3 il ne peut pas être la somme de trois nombres consécutifs (le triple du nombre du milieu, le petit valant un de moins et le grand un de plus) ;

- 98 est un multiple de 7, c'est la somme d'une suite de 7 nombres consécutifs dont 14 = 97 : 7 est la « moyenne ».

Attribution des points

4 La réponse correcte et complète (quatre pages de 23 à 26 et sept pages de 11 à 17) avec explications (addition) et traces montrant que d'autres essais ont été effectués et qu'il n'y a pas d'autre solution.

3 La réponse correcte et complète mais sans évoquer la non existence d'autres solutions, comme si les deux solutions avaient été trouvées au hasard

ou les deux solutions correctement expliquées et une troisième due à une erreur de calcul

2 Une des deux solutions avec le détail des calculs (vérification) l'autre n'est pas trouvée ou contient une erreur de calcul

1 Traces de démarches qui n'aboutissent pas à 98

0 Incompréhension du problème

Niveaux : 5, 6, 7

Origine : 11 RMT F, Le Ruban de Marie et le Ruban de Noé

10. CLOUS ET FILS ELASTIQUES (Cat. 5, 6, 7)

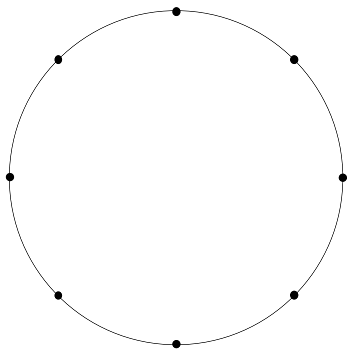


figure 1

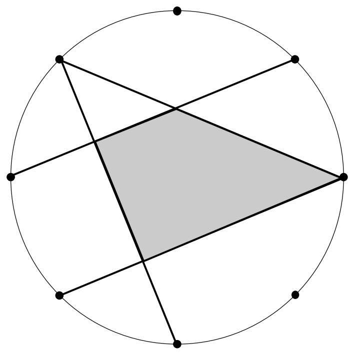


figure 2

Sur le bord d'un disque on a planté 8 clous très régulièrement. Entre deux clous qui se suivent, il y a toujours la même distance (voir figure 1).

On dispose de quatre fils élastiques qu'on peut tendre entre deux clous.

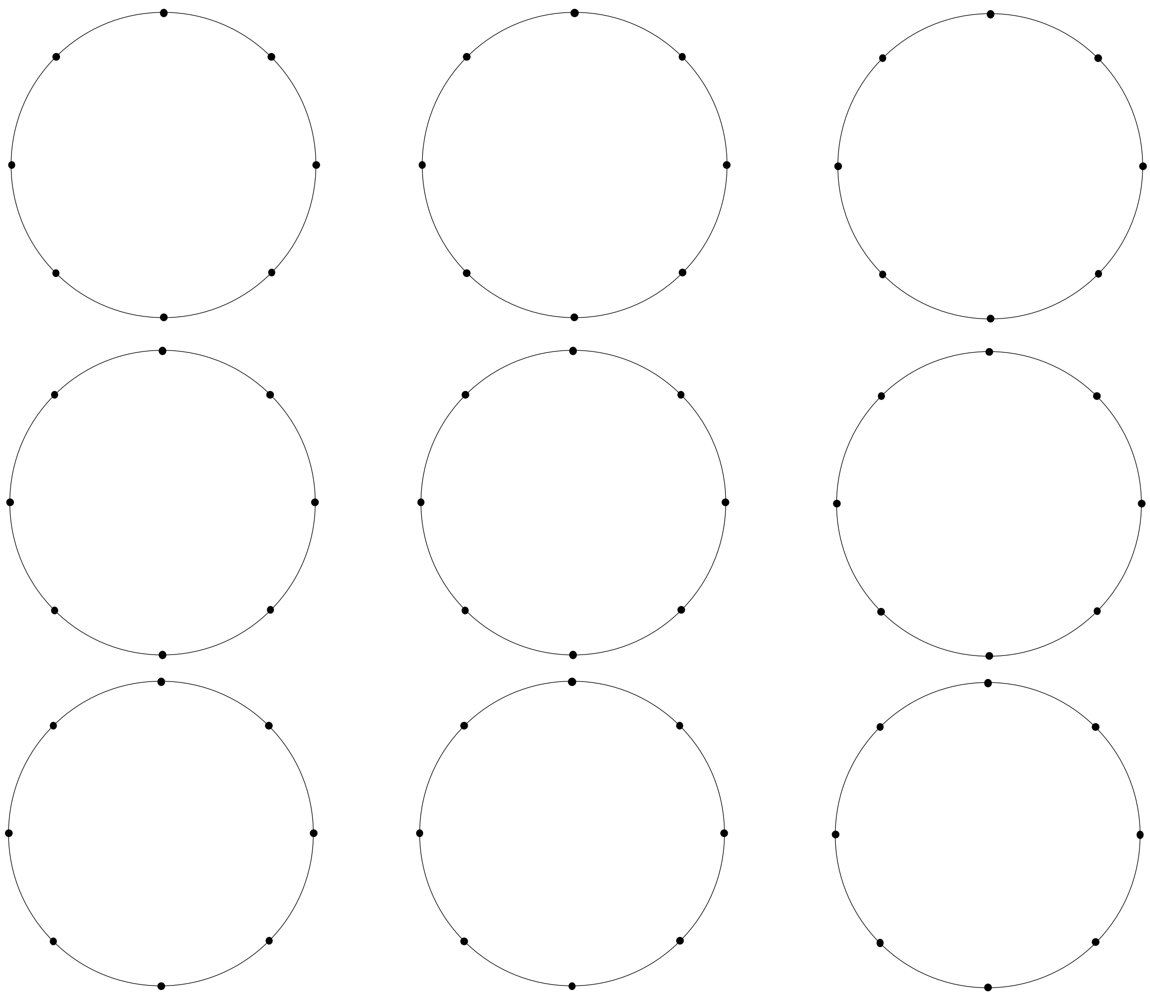
Le but est de former des rectangles (ou des carrés) ayant leurs côtés sur les quatre fils.

Jules a tendu les quatre fils (voir figure 2), mais il n'a pas atteint son but : il a obtenu un trapèze !

Trouvez tous les rectangles ou carrés différents que les quatre fils peuvent former.

Dessinez toutes les figures que vous avez trouvées. Si vous avez deux figures de mêmes dimensions, n'en dessinez qu'une seule !

(Utilisez les cercles ci-dessous pour dessiner vos rectangles ou carrés différents.)



ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Géométrie : reconnaissance de rectangles en tenant compte de leurs propriétés

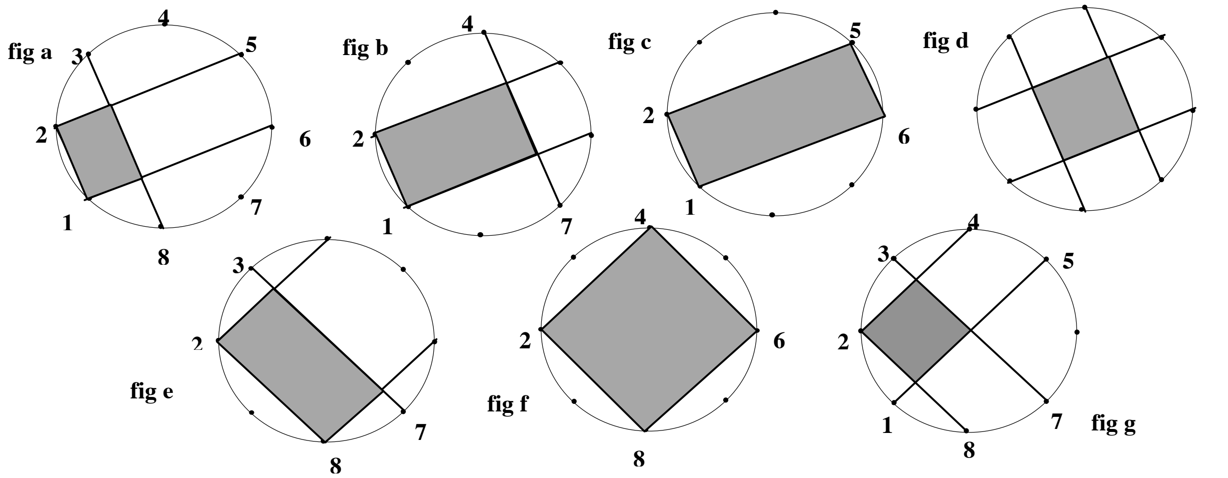
Analyse de la tâche

- Percevoir les positions des clous sur le cercle et imaginer les isométries qui déterminent les positions relatives des clous et des fils qui les relient. Par exemple un fil tendu entre deux clous voisins se retrouve sur un fil tendu sur les deux clous opposés après une rotation d'un demi-tour, ce qui permet de savoir que ces fils sont parallèles, des rotations d'un quart de tour font apparaître des diamètres perpendiculaires, …
- Comprendre que pour construire les rectangles possibles, il est nécessaire de faire intervenir le parallélisme et l'isométrie des côtés opposés et la perpendicularité des côtés adjacents.
- Procéder par essais non organisés, avec le risque de ne pas trouver toutes les solutions.

Ou chercher une méthode systématique. Par exemple, un inventaire des clous supportant des fils parallèles :

- pour deux clous voisins de la figure **a** (**1** et **2**), il y a trois autres paires de clous qui déterminent la même direction (**3** et **8**), (**4** et **7**), (**5** et **6**), ce qui permet de déterminer les quatre rectangles des figures **a**, **b**, **c** et **d**, dont la longueur d'un côté est la distance de **1** à **2.**
- pour deux clous séparés par un autre, (**8** et **2**) de la figure **e**, il y a deux autres paires de clous qui déterminent la même direction (**3** et **7**), (**4** et **6**), ce qui permet de déterminer les deux rectangles des figures **e** et **f**, dont la longueur d'un côté est la distance de **2** à **8**. Avec une paire de côtés de cette direction, la combinaison avec les paires de perpendiculaires fait apparaître encore un autre rectangle (carré de la figure **g**) dont le côté vaut la moitié de la distance de **2** à **8**.

- Contrôler que les rectangles ainsi formés n'ont pas les mêmes dimensions. En particulier les carrés des figures **d** et **g** (car la distance de **1** à **2** est supérieure à la moitié de la distance de **8** à **2**.)
- Dessiner les sept solutions (dont trois sont des carrés).



Attribution des points

4 Les sept solutions correctes sans autres solutions isométriques

3 Six solutions correctes sans autre solution isométrique
ou les sept solutions correctes avec une solution isométrique à l'une des précédentes

2 Quatre ou cinq solutions correctes sans autre solution isométrique
ou cinq ou six solutions correctes plus une solution isométrique à l'une des précédentes
ou les sept solutions correctes plus un quadrilatère qui n'est pas un rectangle

1 De une à trois solutions avec ou sans solutions isométriques
ou quelques solutions correctes et un quadrilatère qui n'est pas un rectangle.

0 Quadrilatères non rectangles ou incompréhension du problème

Niveaux : 5, 6, 7

Origine : groupe géométrie plane