# 18ème Rallye Mathématique Transalpin, épreuve d'essai Pour la section de Bourg en Bresse

**Vous trouverez ci-dessous, les problèmes de la catégorie 7 (5ème) qui sont suivis des analyses à priori et des attributions de points qui sont en vigueur sur le Rallye.**
**Cette épreuve d'essai doit vous permettre de savoir avec vos élèves si la participation au rallye Est envisageable tout en dégageant des pistes de travail pour le comportement à avoir face à une telle situation.**

**8. UNE CROISSANCE EXTRAORDINAIRE** (Cat. 5, 6, 7)

Quand ils vivaient dans notre pays, Hugues mesurait 115 cm, Léo 130 cm, Sara 135 cm, Eddy 145 cm.

Depuis quelques années ils vivent dans un autre pays nommé « Biengrandir », où l'unité de mesure est le *gra*.

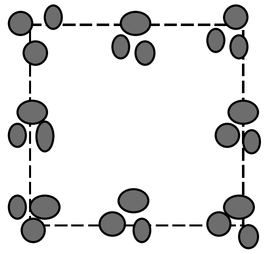
Aujourd'hui, ils se mesurent et ils voient que Hugues a grandi de 7 *gra*, Léo de 6 *gra*, Sara et Eddy ont grandi chacun de 3 *gra*.

Sara s'aperçoit d'une chose étrange : maintenant ils n'ont plus quatre tailles différentes, mais deux enfants ont la même taille et les deux autres aussi.

**Trouvez à combien de cm correspond le *gra*.**

**Expliquez votre raisonnement.**

**9. UN ŒIL SUR LES PIERRES !** (Cat. 5, 6, 7)



Julien est en vacances à la mer. Sur la plage, il ramasse des pierres et les dispose par petits tas de trois, en forme de carré, comme sur ce dessin :

Selon cette disposition, il y a 9 pierres par côté.

Julien ramasse encore 4 autres pierres et, avec les premières, forme une nouvelle disposition :

- il y a de nouveau 8 tas, disposés en carré ;
- il y a de nouveau 9 pierres par côté ;
- il y a le même nombre de pierres dans tous les tas situés au milieu des côtés du carré.

**Combien peut-il y avoir de pierres dans les tas de la nouvelle disposition ?**

**Montrez toutes les possibilités et expliquez votre raisonnement.**

## 10. LA PLUS PETITE DIFFÉRENCE (Cat. 5, 6, 7)

Cette grille est partagée en deux régions par une ligne continue, épaisse, qui suit le quadrillage.

Lorsqu'on additionne les nombres de chacune de ces régions, on constate que la différence entre les deux sommes obtenues est 39.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 3 | 15 | 16 | 22 |
| 7 | 13 | 2 | 43 |
| 40 | 30 | 35 | 17 |
| 19 | 18 | 12 | 5 |

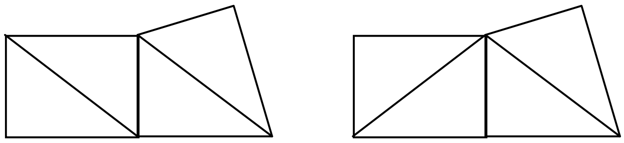
Il est possible de trouver une différence plus petite en découpant la grille en deux parties seulement, selon d'autres lignes.

**Dessinez la ligne de partage qui donne la plus petite différence possible et notez vos calculs.**

## 11. QUADRITRIANGLES (Cat. 6, 7, 8, 9)

Avec quatre triangles rectangles égaux, de côtés 3 cm, 4 cm et 5 cm, disposés de manière à ce que chaque triangle ait au moins un côté commun avec un autre triangle, on peut obtenir différentes figures que nous appellerons « quadritriangles ».

Deux quadritriangles sont différents s'ils ont au moins un côté ou un angle différent (on ne tient pas compte de la disposition des triangles à l'intérieur). Par exemple, ces deux quadritriangles, de 22 cm de périmètre, ne sont pas considérés comme différents.



**Parmi tous les quadritriangles, quels sont ceux qui ont le plus petit périmètre ?**
**Dessinez-les et expliquez comment vous les avez trouvés.**

**12. LES DANSEUSES** (Cat. 6, 7, 8, 9)

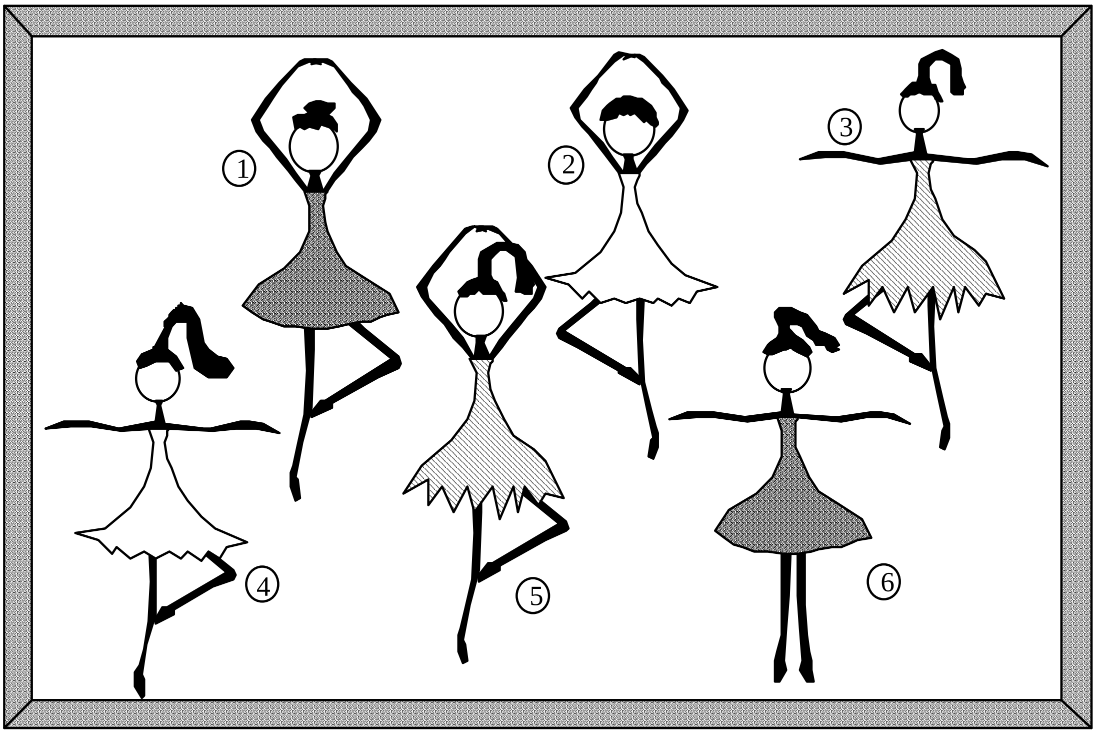
Chiara a envoyé cette photo à Stéphanie, sa correspondante française.

Elle a pensé qu'elle pourrait se faire reconnaître de sa nouvelle amie par les indices qu'elle lui donnerait et, dans le même temps, lui présenter les camarades de son groupe de danse. Elle lui a donc écrit ceci :

> *Chère Stéphanie,*
>
> *Je t'envoie une de mes photos préférées car j'y danse avec mes amies.*
>
> *C'est Francesca qui a les bras au-dessus de la tête, qui lève la même jambe que moi et qui a le même tutu qu'Elena ;*
>
> *Elena lève la même jambe que Giorgia ;*
>
> *Giorgia a le même tutu que Paola;*
>
> *le tutu de Paola est différent de celui d'Ilaria;*
>
> *mon tutu est le même que celui d'Ilaria et tu vois que mes bras ne sont pas dans la même position que ceux de Paola !*
>
> *J'espère recevoir ta réponse au plus vite, avec les noms correspondant à chaque numéro, pour savoir si tu m'as reconnue.*
>
> *Chiara*

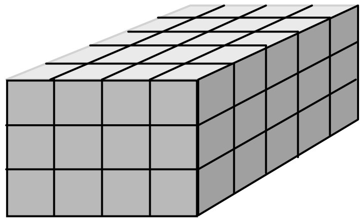
**Aidez Stéphanie à identifier Chiara et ses amies.**

**Expliquez votre raisonnement.**



## 13. LES GOURMANDS (Cat. 7, 8, 9)

Madame Caramel, la prof. de maths, a fait un pavé au chocolat. Après avoir fait cuire une pâte à biscuit ordinaire dans un moule, elle l'a trempée dans du chocolat liquide pour recouvrir les six faces d'une épaisse couche délicieuse.



Pour expliquer la formule du volume du parallélépipède rectangle, elle découpe son pavé en cubes de mêmes dimensions : 3 dans la hauteur, 4 dans la largeur et 5 dans la longueur.

À la fin de la leçon, elle met les cubes sur un plateau et chacun des 30 élèves a le droit de choisir deux cubes.

Pour éviter que ses élèves, tous très gourmands, ne se ruent sur les cubes ayant le plus de chocolat, Madame Caramel organise le partage ainsi, après avoir donné un numéro à chaque élève :

- *pour commencer, chacun ira choisir un cube, dans l'ordre des numéros, le numéro 1 en premier, puis le numéro 2 … et enfin le numéro 30.*
- *lorsque chacun aura mangé son premier cube, chacun ira en chercher un second, mais dans l'ordre inverse : le numéro 30 en premier, puis le numéro 29 … et enfin le numéro 1.*

Quelques élèves ont un grand sourire car ils savent qu'ils auront plus de chocolat que les autres.

**Quels sont les élèves qui auront plus de chocolat que les autres ?**

**Indiquez leurs numéros, expliquez ce qu'ils ont eu de plus et comment vous les avez trouvés.**

## 14. À TABLE ENSEMBLE (Cat. 7, 8, 9)

Tymer, Sejko et Annòvic travaillent pour la même entreprise FUSEAURAIR qui a des filiales dans le monde entier. Tymer travaille à Anchorage, Sejko travaille à Tokyo et Annòvic travaille à Moscou.

Un jour à midi, heure locale au siège central de l'entreprise FUSEAURAIR, le président-directeur général, Monsieur Clock, demande à ses trois collaborateurs de participer à une vidéo conférence.

Monsieur Clock découvre avec surprise que ses trois collaborateurs sont tous en train de manger, selon le fuseau horaire de la ville où chacun se trouve, l'un prenant son petit-déjeuner à 8 h, l'autre son déjeuner à 14h et le troisième son dîner à 20 h.

M. Clock a devant lui une carte du monde avec les fuseaux horaires et y lit :

| | | |
|---|---|---|
| – 11.00 Samoa | – 10.00 Tahiti | – 9.00 Anchorage |
| – 8.00 San Francisco | – 7.00 Denver | – 6.00 Mexico-City, Chicago |
| – 5.00 Havana, New York | – 4.00 Caracas | – 3.00 Buenos Aires, San Paolo |
| – 2.00 South Georgia | – 1.00 Azores | 0.00 London |
| + 1.00 Paris | + 2.00 Cape Town | + 3.00 Moscow |
| + 4.00 Dubai | + 5.30 New Delhi | + 6.00 Dacca |
| + 7.00 Bangkok | + 8.00 Beijing | + 9.00 Tokyo |
| +10.00 Sydney | + 11.00 Vanuatu Island | + 12.00 Auckland |

**Où se trouve, selon vous, le siège central de l'entreprise FUSEAURAIR ?**

**Expliquez votre raisonnement.**

## 8. UNE CROISSANCE EXTRAORDINAIRE (Cat. 5, 6, 7)

Quand ils vivaient dans notre pays, Hugues mesurait 115 cm, Léo 130 cm, Sara 135 cm, Eddy 145 cm.

Depuis quelques années ils vivent dans un autre pays nommé « Biengrandir », où l'unité de mesure est le *gra*.

Aujourd'hui, ils se mesurent et ils voient que Hugues a grandi de 7 *gra*, Léo de 6 *gra*, Sara et Eddy ont grandi chacun de 3 *gra*.

Sara s'aperçoit d'une chose étrange : maintenant ils n'ont plus quatre tailles différentes, mais deux enfants ont la même taille et les deux autres aussi.

**Trouvez à combien de cm correspond le *gra*.**

**Expliquez votre raisonnement.**

---

**ANALYSE A PRIORI**

**Domaine de connaissances**

- Mesure de grandeurs : unités conventionnelles et non conventionnelles
- Arithmétique : addition et multiplication

**Analyse de la tâche**

- Chercher quels peuvent être les enfants de même taille : Sara et Eddy ne peuvent pas l'être, il reste deux possibilités, Hugues-Sara et Léo-Eddy ou Hugues-Eddy et Léo-Sara.
- Dans la première hypothèse, la différence de 20 cm (135 – 115) entre Sara et Hugues serait compensée par une différence de 4 *gra* (7 – 3), ce qui donnerait 5 cm pour 1 *gra*, et la différence de 15 cm (145 – 130) entre Eddy et Léo serait compensée par la différence de 3 *gra* (6 – 3), ce qui donne aussi 5 cm pour 1 *gra*.

  Dans la seconde hypothèse, la différence de 5 cm (135 – 130 entre Sara et Léo serait compensée par une différence de 3 *gra* (6 – 3), ce qui donnerait 5/3 cm pour 1 *gra*, et la différence de 30 cm (145 – 115) entre Eddy et Hugues serait compensée par la différence de 4 *gra* (7 – 3), ce qui donnerait 7,5 cm pour 1 *gra*, en contradiction avec la précédente.

  La seconde hypothèse est à rejeter et la première conduit à la correspondance 1 *gra* = 5 cm.

Ou : Procéder de manière systématique, en attribuant des valeurs successives au *gra*, en cm, calculer les tailles des enfants quand ils ont grandi comme indiqué, et observer les résultats :

| | Taille atteinte par chacun en cm : | | | |
|---|---|---|---|---|
| valeur, en cm, à attribuer au *gra* | HUGUES | LÉO | SARA | EDDY |
| 1 | 7x1+115=122 | 6x1+130=136 | 3x1+135=138 | 3x1+145=148 |
| 2 | 7x2+115=129 | 6x2+130=142 | 3x2+135=141 | 3x2+145=151 |
| … | … | … | … | … |
| **5** | 7x5+115=**150** | 6x5+130=**160** | 3x5+135=**150** | 3x5+145=**160** |
| 6 | 157 | 166 | 153 | 163 |
| 7 | 164 | 172 | 157 | 167 |
| 8 | 171 | 178 | 160 | 170 |

- Comprendre que, si on continue à donner d'autres valeurs au *gra*, il ne sera plus possible d'avoir deux paires de personnes de la même taille : Sara et Eddy auront toujours la même différence de taille, Léo a dépassé Sara entre 1 et 2 cm et Eddy à 5 cm, Hugues a dépassé Sara à 5 cm et Eddy entre 7 et 8 cm.

Ou : procéder en faisant des essais au hasard, sans alors pouvoir conclure à l'unicité de la solution.

**Attribution des points**

4 Réponse correcte avec explication claire montrant que la réponse : 1 *gra* = 5 cm, est bien déterminée et unique

3 Réponse correcte obtenue par essais systématiques sans justification montrant que tous les cas ont été examinés

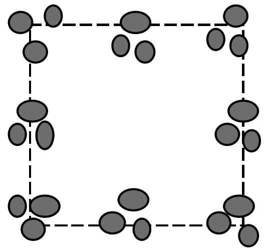
2 Réponse correcte obtenue par essais au hasard
ou essais systématiques mais avec erreurs de calculs

1 Début de raisonnement correct (quelques essais au hasard, avec vérification, mais n'aboutissant pas)

0 Incompréhension du problème

**Niveau :** 5 - 6 –7 **Origine :** Val d'Aoste

## 9. UN ŒIL SUR LES PIERRES ! (Cat. 5, 6, 7)



Julien est en vacances à la mer. Sur la plage, il ramasse des pierres et les dispose par petits tas de trois, en forme de carré, comme sur ce dessin :
Selon cette disposition, il y a 9 pierres par côté.
Julien ramasse encore 4 autres pierres et, avec les premières, forme une nouvelle disposition :

- il y a de nouveau 8 tas, disposés en carré ;
- il y a de nouveau 9 pierres par côté ;
- il y a le même nombre de pierres dans tous les tas situés au milieu des côtés du carré.

**Combien peut-il y avoir de pierres dans les tas de la nouvelle disposition ?**

**Montrez toutes les possibilités et expliquez votre raisonnement.**

---

**ANALYSE A PRIORI**

**Domaine de connaissances**

- Arithmétique : addition, multiplication, décomposition d'un nombre
- Géométrie

**Analyse de la tâche :**

- Comprendre que le même nombre de pierres, 9 sur un côté, peut être obtenu avec de nombreux triplets différents et, éventuellement, en dresser l'inventaire : 1-1-7, 1-2-6, 1-3 5, 1-4-4, 2-2 5, 2-3-4, 3-3-3.
- Par des essais, se rendre compte que chacun de ces triplets peut conduire à des carrés de 9 pierres sur les côtés et avec un même nombre de pierres au milieu des côtés. Par exemple, avec les nombres (on peut le faire aussi avec des dessins) :

a

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 1 | 7 |
| 1 | | 1 |
| 7 | 1 | 1 |

b

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 7 | 1 |
| 7 | | 7 |
| 1 | 7 | 1 |

c

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 3 | 5 |
| 3 | | 3 |
| 5 | 3 | 1 |

**d**

| | | |
|---|---|---|
| **1** | **5** | **3** |
| **5** | | **5** |
| **3** | **5** | **1** |

e

| | | |
|---|---|---|
| 2 | 2 | 5 |
| 2 | | 2 |
| 5 | 2 | 2 |

**f**

| | | |
|---|---|---|
| **2** | **5** | **2** |
| **5** | | **5** |
| **2** | **5** | **2** |

- Parmi toutes les dispositions données dans les exemples, et les autres, retenir celles dont la somme est 28, c'est-à-dire les deux dispositions d et f.

Ou : Commencer par la condition « 28 pierres au total » en remarquant que deux côtés parallèles utilisent 9 pierres chacun en 6 tas et laissent 10 pierres (28 – (2 x 9) = 10) pour les deux tas du milieu des autres côtés et en en déduisant qu'il y a 5 pierres dans les tas du milieu.

- Il ne reste plus alors que les deux triplets 1-5-3 et 2-5-2 à examiner.

**Attribution des points**

4 Réponse exacte (les deux dispositions « d » et « f » des exemples précédents) : production des deux solutions avec liste des nombres ou dessin, avec explication

3 Une seule solution trouvée et expliquée
ou les deux dispositions « d » et « f » avec une troisième qui est isométrique à « d » par une rotation d'un quart de tour (où la ligne supérieure est « 3-5-1 »)

2 Deux solutions trouvées mais sans explications

1 Une seule solution trouvée sans explications
ou une ou plusieurs solutions ne respectant pas l'une des consignes (comme « a », « b », « c », « e » par exemple)

0 Incompréhension du problème

**Niveau :** 5 - 6 - 7

**Origine :** Genova

## 10. LA PLUS PETITE DIFFÉRENCE (Cat. 5, 6, 7)

Cette grille est partagée en deux régions par une ligne continue, épaisse, qui suit le quadrillage.

Lorsqu'on additionne les nombres de chacune de ces régions, on constate que la différence entre les deux sommes obtenues est 39.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 3 | 15 | 16 | 22 |
| 7 | 13 | 2 | 43 |
| 40 | 30 | 35 | 17 |
| 19 | 18 | 12 | 5 |

Il est possible de trouver une différence plus petite en découpant la grille en deux parties seulement, selon d'autres lignes.

**Dessinez la ligne de partage qui donne la plus petite différence possible et notez vos calculs.**

---

**ANALYSE A PRIORI**

**Domaine de connaissances**

- Arithmétique : addition de nombres et compensations
- Logique et raisonnement : organisation des échanges entre cases

**Analyse de la tâche**

- Vérifier la donnée en effectuant les sommes
- Effectuer des essais et chercher à améliorer le résultat par compensation (par exemple, sur la grille donnée, voir qu'en faisant passer la case « 16 » dans la partie de gauche, la différence diminue de 32)
- Constater que, la somme étant de 297, on n'arrivera pas à une différence inférieure à 1, entre 149 et 148. Une solution consiste à échanger le « 15 » qui passe à droite, contre le « 30 » et le « 5 » qui passent à gauche.

  Solutions optimales : il y a au moins ces deux-là, avec 148 et 149

| | | | |
|---|---|---|---|
| 3 | 15 | 16 | 22 |
| 7 | 13 | 2 | 43 |
| 40 | 30 | 35 | 17 |
| 19 | 18 | 12 | 5 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 3 | 15 | 16 | 22 |
| 7 | 13 | 2 | 43 |
| 40 | 30 | 35 | 17 |
| 19 | 18 | 12 | 5 |

**Attribution des points**

4 Une solution minimale, avec dessin et sommes conduisant à 148 et 149

3 Une solution avec une différence de 3 avec dessin correct et sommes de 147 et 150 ou la solution minimale, sans toutes les explications demandées

2 Une solution avec une différence de 5 avec dessin correct et sommes de 146 et 151 ou la solution avec une différence de 3, sans toutes les explications demandées

1 Une solution avec une différence de 7 ou 9 avec dessin correct et sommes de 144 ou 145 et 153 ou 155 ou autres solutions avec fautes de calcul

0 Incompréhension du problème ou aucune solution meilleure trouvée

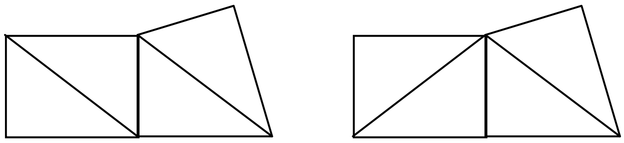
**Niveau :** 5 - 6 - 7

**Origine :** 6e RMT (sur une idée de Bourg-en-Bresse)

## 11. QUADRITRIANGLES (Cat. 6, 7, 8, 9)

Avec quatre triangles rectangles égaux, de côtés 3 cm, 4 cm et 5 cm, disposés de manière à ce que chaque triangle ait au moins un côté commun avec un autre triangle, on peut obtenir différentes figures que nous appellerons « quadritriangles ».

Deux quadritriangles sont différents s'ils ont au moins un côté ou un angle différent (on ne tient pas compte de la disposition des triangles à l'intérieur). Par exemple, ces deux quadritriangles, de 22 cm de périmètre, ne sont pas considérés comme différents.



**Parmi tous les quadritriangles, quels sont ceux qui ont le plus petit périmètre ?**
**Dessinez-les et expliquez comment vous les avez trouvés.**

---

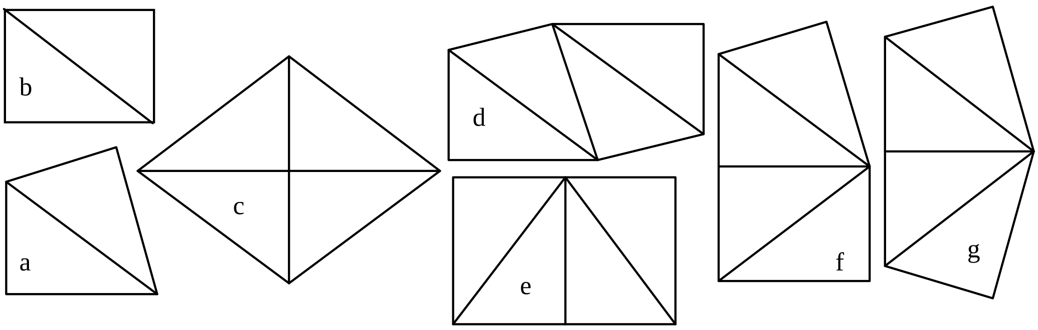
**ANALYSE A PRIORI**

**Domaine de connaissances**

- Arithmétique : addition, soustraction, multiplication
- Géométrie : polygones, équivalence, périmètre

**Analyse de la tâche**

- Lire l'énoncé et comprendre les règles de formation des figures.
- Considérer que, s'il n'y avait pas de côtés communs, le périmètre du quadritriangle serait 4 x 12 = 48. À ce résultat, il faut ensuite soustraire deux fois la mesure de chaque côté en commun.
- Observer qu'il ne peut y avoir que 3 ou 4 côtés communs. Dans le premier cas, pour obtenir le périmètre minimum, il faut avoir deux couples de côtés de 5 et un couple de côtés de 4 en commun. Dans le second cas, deux couples de côtés de 3 et deux couples de côtés de 4.
- Construire les quadritriangles avec les côtés communs ainsi déterminés. Observer qu'il y a toujours deux manières de disposer deux triangles une fois que leur côté commun a été choisi. Par exemple, pour deux triangles ayant l'hypoténuse en commun, la disposition fait apparaître une symétrie axiale ou une symétrie centrale comme le montrent les figures a et b ci-dessous.
- On peut aussi procéder de manière empirique, en découpant les triangles et recomposant les figures.
  On obtient ainsi les 5 possibilités c, d, e, f, g, ayant toutes un périmètre de 20 cm (48 - 28)




**Attribution des points**

4 Les cinq quadritriangles corrects (de périmètre 20 cm : c, d, e, f, g) avec des explications claires sur le fait que les figures ont un périmètre minimum

3 Les cinq quadritriangles corrects, avec des explications peu claires ou incomplètes
ou quatre quadritriangles différents avec des explications claires sur le périmètre
ou les cinq quadritriangles avec une répétition

2 Au moins trois quadritriangles corrects sans explications ou au moins deux avec explications

1 Un seul quadritriangle correct trouvé ou un début de raisonnement correct

0 Incompréhension du problème

**Niveaux :** 6 - 7 - 8 - 9

**Origine :** Parma

**12. LES DANSEUSES** (Cat. 6, 7, 8, 9)

Chiara a envoyé cette photo à Stéphanie, sa correspondante française.

Elle a pensé qu'elle pourrait se faire reconnaître de sa nouvelle amie par les indices qu'elle lui donnerait et, dans le même temps, lui présenter les camarades de son groupe de danse. Elle lui a donc écrit ceci :

*Chère Stéphanie,*

*Je t'envoie une de mes photos préférées car j'y danse avec mes amies.*

*C'est Francesca qui a les bras au-dessus de la tête, qui lève la même jambe que moi et qui a le même tutu qu'Elena ;*

*Elena lève la même jambe que Giorgia ;*

*Giorgia a le même tutu que Paola;*

*le tutu de Paola est différent de celui d'Ilaria;*

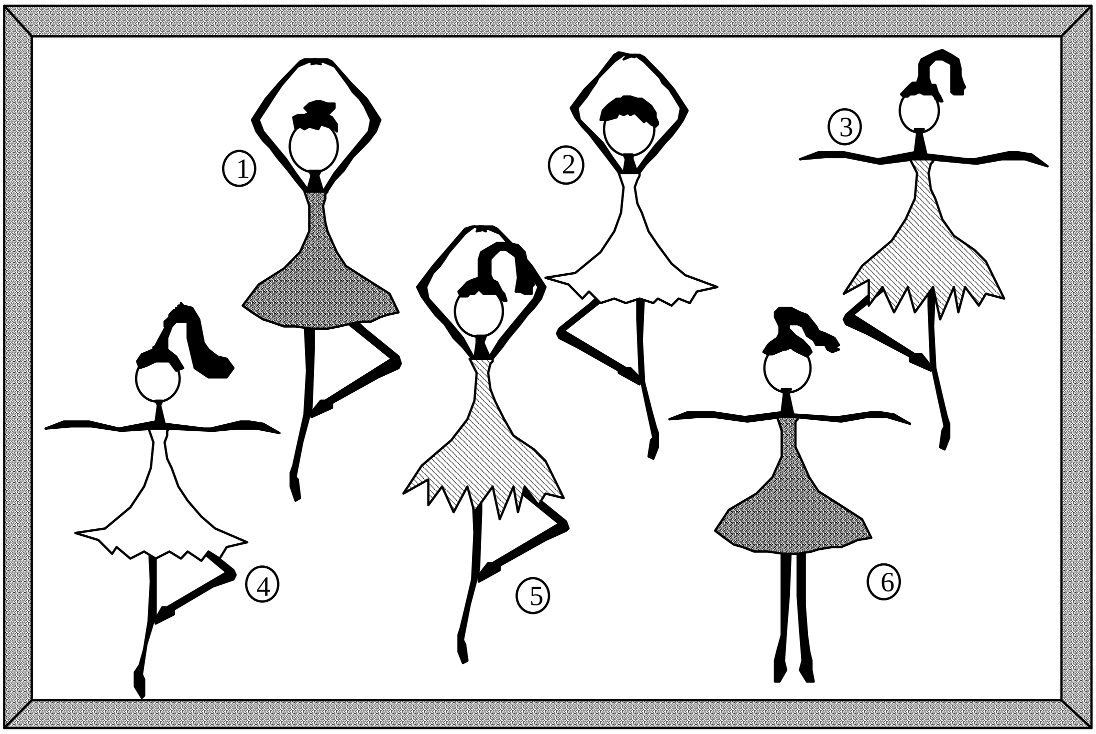
*mon tutu est le même que celui d'Ilaria et tu vois que mes bras ne sont pas dans la même position que ceux de Paola !*

*J'espère recevoir ta réponse au plus vite, avec les noms correspondant à chaque numéro, pour savoir si tu m'as reconnue.*

*Chiara*

**Aidez Stéphanie à identifier Chiara et ses amies.**

**Expliquez votre raisonnement.**




**ANALYSE A PRIORI**

**Domaine de connaissances**

- Logique : négation, affirmation, hypothèses

**Analyse de la tâche**

- De la première information, on sait que Francesca peut être la danseuse 1, 2 ou 5, ce qui laisse la place aux hypothèses suivantes :

  Si Francesca est la **1**, Chiara peut être la **4** ou la **5**, Elena serait nécessairement la **6** mais comme elle n'a aucune jambe levée, il y a une contradiction avec l'information « *Elena lève la même jambe que Giorgia* » et cette hypothèse est à rejeter.

Si Francesca est la **2**, Chiara ne peut être que la **3** et Elena la 4. En suivant cette hypothèse on arrive à la combinaison : (1. Giorgia, 2.Francesca, 3 Chiara, 4 Elena, 5 Ilaria, 6 Paola) que l'on doit exclure parce qu'elle est en contradiction avec la dernière information selon laquelle Chiara a ses bras dans une position différente de ceux de Paola.

Si Francesca est la **5**, Elena est nécessairement la **3** et Giorgia la **2,** Chiara pourrait être la **1** ou la **4,** on arrive à la solution correcte :1 Chiara, 2 Giorgia, 3 Elena, 4 Paola, 5 Francesca, 6 Ilaria, et on vérifie qu'elle est unique car si Chiara était la **4,** elle ne pourrait pas avoir le même tutu qu'Ilaria.

Ou : Partir d'une autre information, par exemple : *Giorgia a le même tutu que Paola*, qui conduit aussi à trois hypothèses à examiner l'une après l'autre pour savoir si elles sont acceptables.

Ou : trouver la solution par hasard, sans hypothèses et déductions, mais avec une vérification qu'il n'y a pas d'autre solution (par exemple avec un inventaire de tous les cas possibles respectant l'une des informations)

**Attribution des points**

4 La solution correcte avec explications complètes (les hypothèses indiquées ou un inventaire complet des essais)

3 La solution correcte avec explications incomplètes ou peu claires (mais qui permettent de se rendre compte que la solution est unique)

2 Solution (erronée), respectant toutes les conditions, sauf une, avec explications
ou solution correcte trouvée au hasard, (avec vérification, mais trace de la recherche de l'unicité)

1 Solution erronée avec deux conditions non respectées

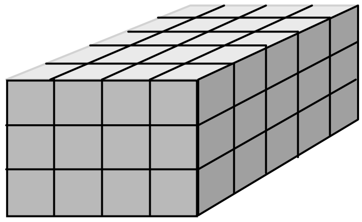
0 Incompréhension du problème

**Niveaux :** 6 - 7 - 8 - 9

**Origine** :Parma

## 13. LES GOURMANDS (Cat. 7, 8, 9)

Madame Caramel, la prof. de maths, a fait un pavé au chocolat. Après avoir fait cuire une pâte à biscuit ordinaire dans un moule, elle l'a trempée dans du chocolat liquide pour recouvrir les six faces d'une épaisse couche délicieuse.



Pour expliquer la formule du volume du parallélépipède rectangle, elle découpe son pavé en cubes de mêmes dimensions : 3 dans la hauteur, 4 dans la largeur et 5 dans la longueur.

À la fin de la leçon, elle met les cubes sur un plateau et chacun des 30 élèves a le droit de choisir deux cubes.

Pour éviter que ses élèves, tous très gourmands, ne se ruent sur les cubes ayant le plus de chocolat, Madame Caramel organise le partage ainsi, après avoir donné un numéro à chaque élève :

- *pour commencer, chacun ira choisir un cube, dans l'ordre des numéros, le numéro 1 en premier, puis le numéro 2 … et enfin le numéro 30.*
- *lorsque chacun aura mangé son premier cube, chacun ira en chercher un second, mais dans l'ordre inverse : le numéro 30 en premier, puis le numéro 29 … et enfin le numéro 1.*

Quelques élèves ont un grand sourire car ils savent qu'ils auront plus de chocolat que les autres.

**Quels sont les élèves qui auront plus de chocolat que les autres ?**

**Indiquez leurs numéros, expliquez ce qu'ils ont eu de plus et comment vous les avez trouvés.**

---

**ANALYSE A PRIORI**

**Domaine de connaissances**

- Géométrie :parallélépipède rectangle et cube
- Arithmétique : addition et soustraction

**Analyse de la tâche**

- Vérifier qu'il y a bien 60 cubes et comprendre qu'ils peuvent avoir 0, 1, 2 ou 3 faces en chocolat; comprendre que c'est le critère “nombre de faces en chocolat” qui va déterminer les choix et se rendre compte qu'il faut connaître le nombre de cubes de chaque type.
- Déterminer le nombre de cubes à 3 faces : 8, un par sommet; le nombre de cubes à 2 faces : (3 + 2 + 1) x 4 = 24 sur les arêtes; le nombre de cubes à 1 face : (6 + 3 + 2) x 2 = 22 à l'intérieur des faces; le nombre de cubes sans chocolat, à l'intérieur du pavé : 1 x 2 x 3 = 6.

  Cette détermination peut se faire par comptage sur le dessin, par comptage sur un modèle, par calculs, …
- Noter que, au premier tour, les 8 premiers (1 à 8) vont prendre les cubes à 3 faces et que les 22 suivants (9 à 30) prendront des cubes de deux faces en chocolat. Pour le second tour, il restera alors 2 cubes à deux faces chocolatées pour les deux premiers (30 et 29) 22 cubes à une face en chocolat (28 à 7) et 6 cubes sans chocolat pour les numéros 6 à 1.
- Vérifier que les 60 cubes ont bien été distribués et faire les comptes : tous auront 3 faces chocolatées à l'exception des numéros 7 et 8 (4 faces : 3 + 1) et des numéros 29 et 30 (avec 4 faces également, 2 + 2).

**Attribution des points**

4 Réponse correcte et complète (7 et 8, 29 et 30 avec 4 faces au chocolat, une de plus que les autres qui auront tous 3 faces chocolatées) avec explications complètes

3 Réponse correcte et complète (7 et 8, 29 e 30 avec 4 faces au chocolat), mais avec explications incomplètes
ou la réponse correcte avec explications, pour les numéros, mais sans le nombre de faces

2 Réponse incomplète (« 29 et 30 avec 4 faces » ou « 7 et 8 avec 4 faces) avec explications (sans voir qu'il y a quatre élèves dans cette situation

1 Début de recherche organisée mais non aboutie (erreur dans le comptage des différents cubes...)

0 Incompréhension du problème

**Degrés :** 7 - 8 - 9

**Origine :** Cantone Ticino + CI

## 14. À TABLE ENSEMBLE (Cat. 7, 8, 9)

Tymer, Sejko et Annòvic travaillent pour la même entreprise FUSEAURAIR qui a des filiales dans le monde entier. Tymer travaille à Anchorage, Sejko travaille à Tokyo et Annòvic travaille à Moscou.

Un jour à midi, heure locale au siège central de l'entreprise FUSEAURAIR, le président-directeur général, Monsieur Clock, demande à ses trois collaborateurs de participer à une vidéo conférence.

Monsieur Clock découvre avec surprise que ses trois collaborateurs sont tous en train de manger, selon le fuseau horaire de la ville où chacun se trouve, l'un prenant son petit-déjeuner à 8 h, l'autre son déjeuner à 14h et le troisième son dîner à 20 h.

M. Clock a devant lui une carte du monde avec les fuseaux horaires et y lit :

| | | |
|---|---|---|
| – 11.00 Samoa | – 10.00 Tahiti | – 9.00 Anchorage |
| – 8.00 San Francisco | – 7.00 Denver | – 6.00 Mexico-City, Chicago |
| – 5.00 Havana, New York | – 4.00 Caracas | – 3.00 Buenos Aires, San Paolo |
| – 2.00 South Georgia | – 1.00 Azores | 0.00 London |
| + 1.00 Paris | + 2.00 Cape Town | + 3.00 Moscow |
| + 4.00 Dubai | + 5.30 New Delhi | + 6.00 Dacca |
| + 7.00 Bangkok | + 8.00 Beijing | + 9.00 Tokyo |
| +10.00 Sydney | + 11.00 Vanuatu Island | + 12.00 Auckland |

**Où se trouve, selon vous, le siège central de l'entreprise FUSEAURAIR ?**

**Expliquez votre raisonnement.**

---

**ANALYSE A PRIORI**

**Domaine de connaissances**

- Arithmétique : différences et nombres relatifs
- Combinatoire

**Analyse de la tâche**

- Constater, à la lecture des données, que l'heure d'Anchorage est 12 heures en retard par rapport à l'heure de Moscou, qui, à son tour, a 6 heures de retard sur celle de Tokyo.
- Déterminer les six permutations possibles des trois types de repas (Petit déjeuner, Déjeuner et Dîner) et constater qu'il n'y en a qu'une d'acceptable par un tableau de ce genre ou à l'aide d'un axe gradué.

| Tymer (0) | Annòvic (+12) | Sejko (+18) | |
|---|---|---|---|
| Petit-déjeuner (8) | Déjeuner (14) | Dîner (20) | non acceptable |
| Petit-déjeuner (8) | Dîner (20) | Déjeuner (14) | non acceptable |
| Déjeuner (14) | Dîner (20) | Petit déjeuner (8) | non acceptable |
| Déjeuner (14) | Petit déjeuner (8) | Dîner (20) | non acceptable |
| Dîner (20) | Petit déjeuner (8) | Déjeuner (14) | acceptable |
| Dîner (20) | Déjeuner (14) | Petit déjeuner (8) | non acceptable |

- Le siège de l'entreprise est à Bangkok parce que si Sejko déjeune à 14h, à ce moment, il est 12h à Bangkok, 20h (du jour précédent) à Anchorage et 8h à Moscou.

Ou procéder par essais : supposant par exemple que ce soit Tymer qui prend son petit-déjeuner, déterminer la ville où il est midi quand il est 8 h à Anchorage et déduire que Annòvic peut dîner, mais que Sejko ne peut déjeuner à ce moment.

**Attribution des points**

4 Réponse exacte (Bangkok) avec explications claires et cohérentes

3 Réponse exacte avec explications incomplètes

2 Réponse exacte sans aucune explication

1 Début de recherche

0 Incompréhension du problème

**Niveaux :** 7 - 8 - 9

**Origine :** Siena + Parma