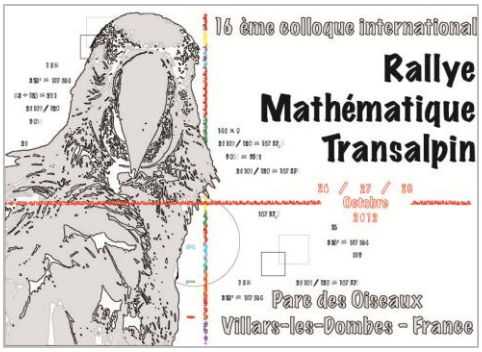
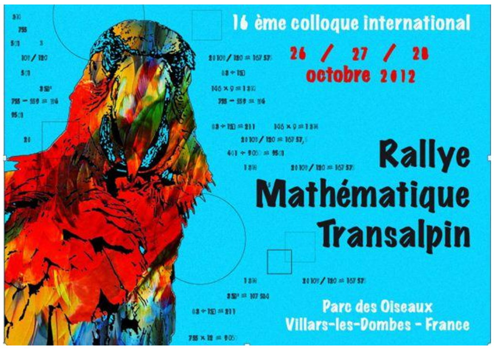
21ème Rallye Mathématique Transalpin.
Epreuve d'essai
Pour la section de Bourg en Bresse



Vous trouverez ci-dessous, les problèmes de la catégorie 7 (5ème) qui sont suivis des analyses à priori et des attributions de points qui sont en vigueur sur le Rallye.
Cette épreuve d'essai doit vous permettre de savoir avec vos élèves si la participation au rallye est envisageable tout en dégageant des pistes de travail pour le comportement à avoir face à une telle situation.



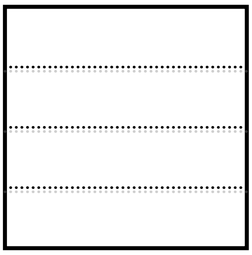
•9. COUPONS LES CARRÉS EN QUATRE (Cat. 5, 6, 7)

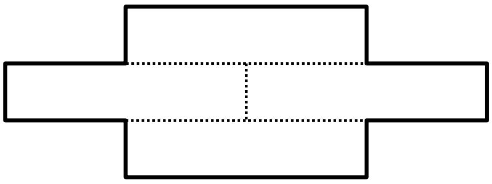
Isabelle, Julie, Serge et Xavier ont reçu chacun le même carré.

Chacun des enfants a découpé son carré en quatre pièces identiques. Puis, il les a assemblées pour réaliser une nouvelle figure.

Voici le découpage du carré en quatre pièces fait par Isabelle, et la figure qu'elle a obtenue avec ses quatre pièces.

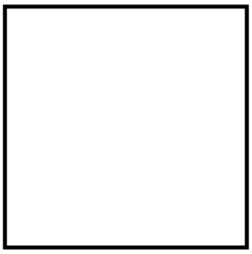
Isabelle :

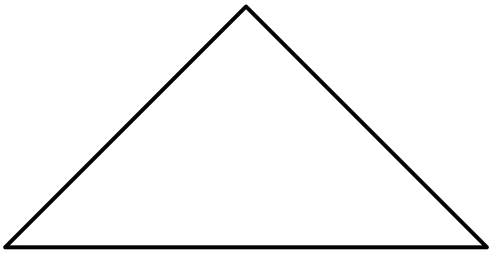




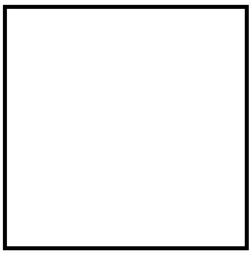
Voici les carrés que les trois autres enfants ont reçus et les figures formées avec leurs quatre pièces.

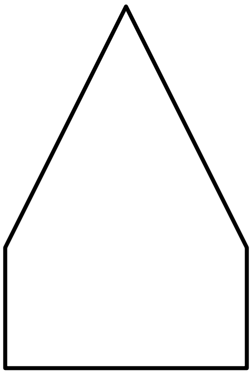
Julie :



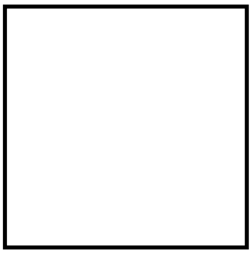


Serge :





Xavier :



Dessinez le découpage du carré de chaque enfant et dessinez aussi les quatre pièces sur la figure qu'il a réalisée.

•10. MOUSSE AU CHOCOLAT (CAT. 5, 6, 7)

Céline, Jeanne et Sophie utilisent la même recette pour préparer chacune une mousse au chocolat. Pour bien réussir la mousse au chocolat, il ne faut pas se tromper dans les quantités d'œufs et de chocolat.

Céline a utilisé 4 œufs et 200 grammes de chocolat.

Jeanne a utilisé 6 œufs et 250 grammes de chocolat.

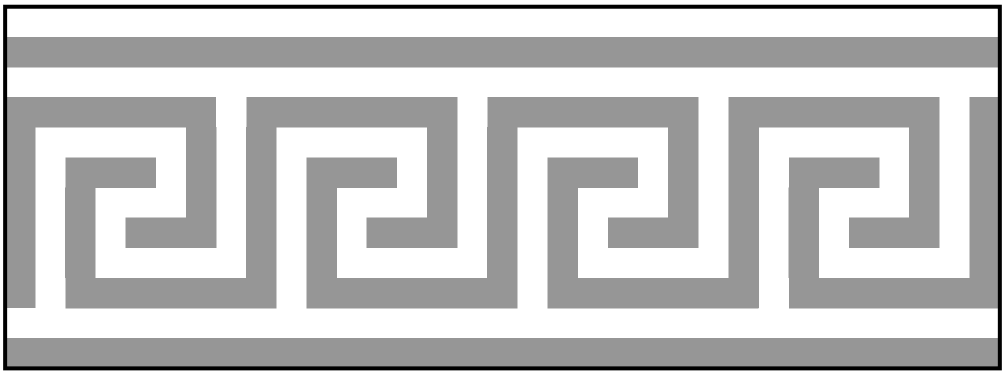
Sophie a utilisé 10 œufs et 500 grammes de chocolat.

L'une des trois filles n'a pas utilisé la bonne quantité de chocolat.

Qui n'a pas utilisé la bonne quantité de chocolat ? Expliquez pourquoi.

•11. ORNEMENT GREC (Cat. 5, 6, 7)

La maîtresse de Maya lui propose de colorier l'ornement grec suivant, où les bandes sombres et les bandes plus claires ont toutes la même largeur :



Maya va repasser en noir les zones sombres et en jaune les zones plus claires, en mettant partout exactement la même couche de peinture.

Selon vous, Maya va-t-elle utiliser plus de peinture jaune ou plus de peinture noire ?

Expliquez votre réponse.

•12. PINOCCHIO LE FAMEUX MENTEUR (Cat. 6, 7, 8)

Pinocchio est un fameux menteur. Lorsqu'on lui pose des questions, parfois il dit des gros mensonges et parfois des petits mensonges. Quelquefois aussi, il dit la vérité.

Chaque fois qu'il dit un petit mensonge, son nez s'allonge de 4 cm et chaque fois qu'il dit un gros mensonge, son nez s'allonge de 6 cm. Heureusement, chaque fois qu'il dit une vérité son nez devient la moitié de ce qu'il était avant.

Lorsque Pinocchio s'est levé ce matin, son nez mesurait 2 cm. Au cours de la journée, il a répondu à 5 questions. La deuxième et la cinquième fois, il a dit la vérité. Mais, les autres fois, il a menti.

À la fin de la journée, Pinocchio mesure son nez et se dit : « Mon nez mesure 1,5 cm de plus que si je n'avais dit qu'un seul gros mensonge ».

Combien Pinocchio a-t-il pu dire de gros mensonges et à quelles questions a-t-il pu le faire : à la première, à la troisième, à la quatrième ?

Expliquez comment vous avez trouvé.

•13. UNE ANNÉE PARTICULIÈRE (Cat. 6, 7, 8)

2010

En 2010 les personnes nées en 19**46** ont fêté leurs **64** ans : elles pouvaient écrire leur âge en inversant les deux derniers chiffres de leur année de naissance.

En 2010 ce phénomène s'est aussi produit pour des personnes nées en d'autres années.

Indiquez quel âge avaient toutes ces personnes en 2010.

Expliquez comment vous avez trouvé.

•14. À MIDI (Cat. 7, 8, 9, 10)

André vient de se réveiller et demande à sa maman quelle heure il est.

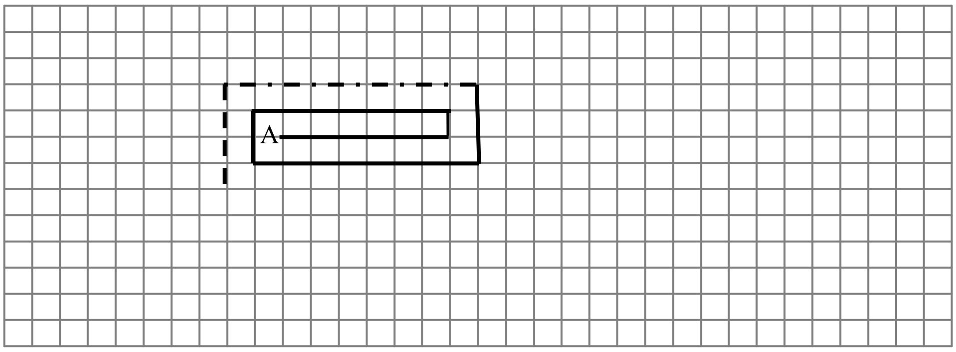
Elle lui répond : « J'ai regardé l'heure, il y a exactement cinquante minutes. À ce moment, j'ai remarqué que pour arriver à midi il fallait le double du nombre de minutes qui s'étaient écoulées depuis 8 heures. »

À quelle heure André s'est-il réveillé ?

Expliquez votre raisonnement.

•15. UNE SPIRALE PARTICULIÈRE (Cat. 7, 8, 9, 10)

Gianni a une feuille de papier quadrillé, sur laquelle les carreaux ont un côté de 1 cm. Il commence à dessiner une spirale comme celle que vous voyez sur la figure; il part de A, se déplace horizontalement de 6 carreaux, puis verticalement de 1 carreau, puis de nouveau horizontalement de 7 carreaux, puis verticalement de 2 carreaux, et ainsi de suite.



Gianni s'arrête après le cinquantième segment horizontal.

Combien mesure, en centimètres, la spirale dessinée par Gianni ?

Expliquez votre raisonnement.

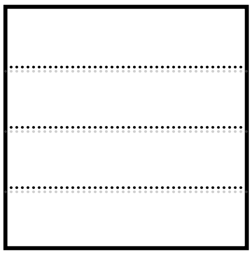
·9. COUPONS LES CARRÉS EN QUATRE (Cat. 5, 6, 7)

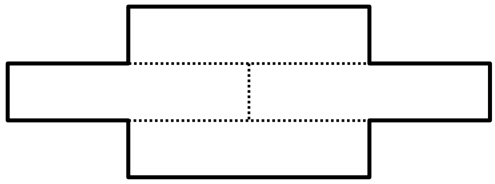
Isabelle, Julie, Serge et Xavier ont reçu chacun le même carré.

Chacun des enfants a découpé son carré en quatre pièces identiques. Puis, il les a assemblées pour réaliser une nouvelle figure.

Voici le découpage du carré en quatre pièces fait par Isabelle, et la figure qu'elle a obtenue avec ses quatre pièces.

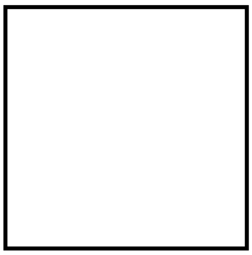
Isabelle :

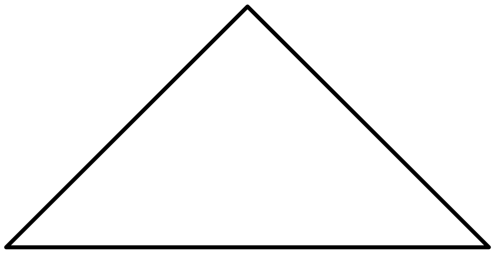




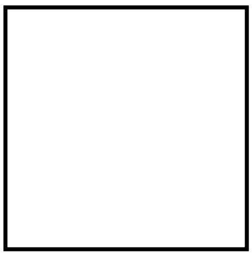
Voici les carrés que les trois autres enfants ont reçus et les figures formées avec leurs quatre pièces.

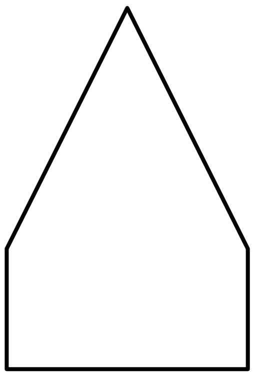
Julie :



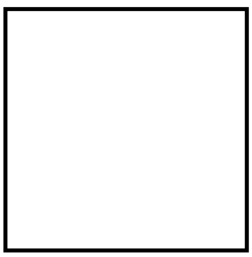


Serge :





Xavier :



Dessinez le découpage du carré de chaque enfant et dessinez aussi les quatre pièces sur la figure qu'il a réalisée.

•ANALYSE A PRIORI

•Domaine de connaissances

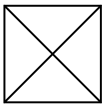
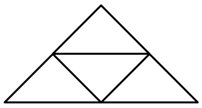
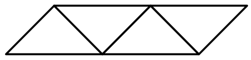
- Géométrie : décomposition et recomposition de figures

•Analyse de la tâche

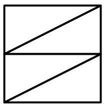
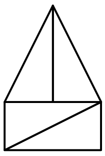
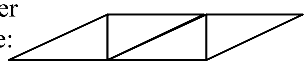
- Comprendre les conditions de découpe du carré et les contraintes de l'assemblage des pièces.
- Une première démarche possible consiste à rechercher différentes façons de découper le carré en quatre figures identiques puis d'assembler les quatre pièces en les positionnant sur les figures :

  • la décomposition en quatre carrés selon les médianes ou en quatre rectangles identiques (comme Isabelle) ne permet pas d'obtenir les trois autres figures ;

  • la décomposition en quatre triangles isocèles rectangles selon les diagonales permet d'obtenir le triangle construit par Julie et le parallélogramme construit par Xavier.

  le découpage des carrés pour Julie et Xavier :  la figure de Julie :  la figure de Xavier : 

  • la décomposition en deux rectangles égaux en utilisant une médiane du carré, puis de chaque rectangle en deux triangles rectangles égaux en utilisant une diagonale permet d'obtenir la figure de Serge (et non celle de Xavier !)

  le découpage du carré pour Serge  la figure de Serge :  une figure erronée de Xavier avec le découpage de Serge: 

- Une seconde démarche consiste à découper les figures obtenues par Julie, Serge et Xavier en quatre figures égales :

  par exemple, pour la figure de Serge, faire apparaître un rectangle « demi-carré », puis de ce rectangle en deux triangles rectangles égaux en utilisant une diagonale ;

  et pour les figures de Julie et de Xavier, on peut procéder de 2 façons :

  en essayant de trouver des relations simples entre les mesures des côtés du triangle ou du parallélogramme et la mesure du côté du carré (moitié et double),

  en observant que les mesures des angles du triangle et de deux angles du parallélogramme sont la moitié de celles d'un angle droit, (ce qui permet d'éliminer la figure erronée de Xavier).

•Attribution des points :

4 Le découpage du carré et l'agencement correspondant des pièces pour chacune des trois figures

3 Le découpage du carré et l'agencement correspondant des pièces pour deux des trois figures, sans autre solution erronée

2 Le découpage du carré et l'agencement correspondant des pièces pour une des trois figures, sans autre solution erronée

ou : le découpage du carré et l'agencement correspondant des pièces pour deux des trois figures, et une solution erronée pour la troisième figure

1 Le découpage du carré et l'agencement correspondant des pièces pour une des trois figures, avec une solution erronée pour l'une ou les deux autres figures

ou : l'un ou les deux découpages du carré en quatre pièces identiques sans la reconstitution d'aucune des figures

ou : un, deux ou les trois découpages des figures en quatre pièces identiques, sans les découpages correspondants du carré

0 Incompréhension du problème

•Niveaux : 5, 6, 7

•Origine : Bourg en Bresse

•10. MOUSSE AU CHOCOLAT (Cat. 5, 6, 7)

Céline, Jeanne et Sophie utilisent la même recette pour préparer chacune une mousse au chocolat. Pour bien réussir la mousse au chocolat, il ne faut pas se tromper dans les quantités d'œufs et de chocolat.

Céline a utilisé 4 œufs et 200 grammes de chocolat.

Jeanne a utilisé 6 œufs et 250 grammes de chocolat.

Sophie a utilisé 10 œufs et 500 grammes de chocolat.

L'une des trois filles n'a pas utilisé la bonne quantité de chocolat.

Qui n'a pas utilisé la bonne quantité de chocolat ? Expliquez pourquoi.

•ANALYSE A PRIORI

•Domaine de connaissances

- Arithmétique : addition, multiplication, proportionnalité

•Analyse de la tâche

- Comprendre que les proportions doivent être respectées.
- Remarquer que les quantités de Jeanne et de Sophie sont incompatibles (le double de chocolat ne correspond pas au double d'œufs).

  En déduire que c'est Jeanne ou Sophie qui s'est trompée et donc que Céline ne s'est pas trompée.

  Comparer les données de l'une des deux avec celles de Céline, par exemple en remarquant que pour Céline il faut 2 œufs pour 100 grammes de chocolat, ce qui n'est pas compatible avec les données de Sophie. Conclure que c'est Jeanne qui s'est trompée.

Ou, partir directement des données pour Sophie pour en déduire que, selon ces données, pour 2 œufs, il faut 100 g de chocolat ou encore 1 œuf pour 50 g de chocolat et vérifier si les données de Jeanne et Céline sont compatibles.

Ou, calculer directement les quantités de chocolat de chacune pour le même nombre d'œufs (rapport). Par exemple le rapport « masse de chocolat pour un œuf » s'obtient en calculant 200 : 4, puis 250 : 6 et 500 : 10. On trouve alors que Céline et Sophie obtiennent le même résultat : 50 g de chocolat pour un oeuf, différent de celui de Jeanne.

Ou, utiliser les propriétés additives et multiplicatives de la proportionnalité. Par exemple, considérer que si, pour 4 œufs il faut 200 g de chocolat, pour 2 œufs il faut 100 g, puis pour 6 oeufs (4 + 2), il en faut 300 g (200 + 100). De même, pour 10 œufs (4 + 4 + 2 ou 6 + 4), il en faut 500 g (200 + 200 + 100 ou 300 + 200). Il s'ensuit que Jeanne s'est trompée.

Une procédure attendue des élèves qui n'envisagent que des relations additives est la suivante : à partir des deux premières données, considérer que si on ajoute 2 œufs, il faut ajouter 50 g de chocolat ; en déduire que pour 8 œufs, il faut 300 g de chocolat et pour 10 œufs 350 g ; et conclure, de façon cohérente (mais évidemment erronée pour celui qui maîtrise les concepts de rapport ou de proportionnalité), que c'est Sophie qui s'est trompée.

•Attribution des points

4 Réponse exacte (Jeanne s'est trompée) avec une explication complète

3 Réponse exacte (Jeanne s'est trompée) avec une explication peu claire

2 Réponse exacte sans explication
ou réponse fausse suite à une erreur de calcul, mais le raisonnement est entièrement correct

1 Réponse fausse ou absente, mais la proportionnalité est prise en compte dans une partie des calculs

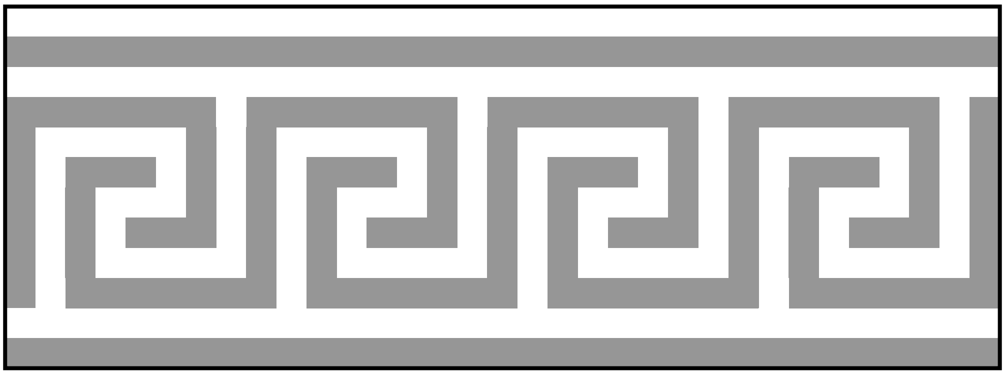
0 Incompréhension du problème
ou réponse fausse (Sophie s'est trompée) à la suite d'un raisonnement seulement additif

•Niveaux : 5, 6, 7

•Origine : gp

•11. ORNEMENT GREC (Cat. 5, 6, 7)

La maîtresse de Maya lui propose de colorier l'ornement grec suivant, où les bandes sombres et les bandes plus claires ont toutes la même largeur :



Maya va repasser en noir les zones sombres et en jaune les zones plus claires, en mettant partout exactement la même couche de peinture.

Selon vous, Maya va-t-elle utiliser plus de peinture jaune ou plus de peinture noire ?

Expliquez votre réponse.

•ANALYSE A PRIORI

•Domaine de connaissances

- Géométrie : aire et motifs invariants par translation
- Arithmétique : comptage ou opérations

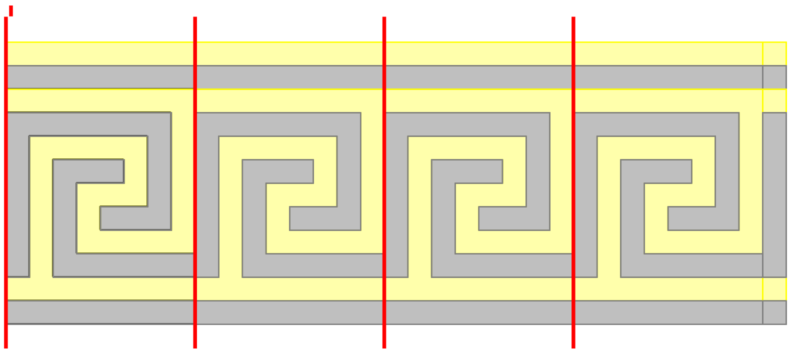
•Analyse de la tâche

- Faire le lien entre quantité de peinture et aire de chaque « zone », noire et jaune.
- Imaginer un quadrillage du motif d'après la largeur des bandes et se donner une unité d'aire (par exemple, celle d'un petit carré, *u,* dont le côté est la largeur des bandes).
- Déterminer, par comptage, l'aire de chaque zone (199 *u* pour la zone jaune et 197 *u* pour la zone noire).

Ou, repérer l'existence de motifs invariants par translation, répétés quatre fois et déterminer l'aire de chaque zone pour un motif de l'ornement, par comptage ou en procédant ligne par ligne, par exemple :

pour la zone jaune : 8 + 8 + 1 + 6 + 3 + 5 + 3 + 6 + 1 + 8 = 49 (en unités *u*)

et pour la zone noire : 8 + 7 + 2 + 5 + 3 + 5 + 2 + 7 + 8 = 47 (en unités *u*)



On obtient, pour les 4 motifs, 196 (en *u*) pour la zone jaune et 188 (en *u*) pour la zone sombre. Et en rajoutant la bande de droite on obtient 196 + 3 = 199 (en *u*) pour la zone claire complète et 188 + 9 = 197 (en *u*) pour la zone noire.

Ou pour chaque motif invariant par translation, découper les bandes claires sous forme de rectangle et les mettre bout à bout ; faire de même pour les bandes sombres ; évaluer la différence de longueur entre les deux bandes ainsi obtenues. La bande claire dépasse la bande sombre de 2 *u*, ce qui fait 8 *u* pour les quatre motifs. Compter sur la bande toute à droite de la frise que la bande sombre dépasse de 6 *u* la bande claire.

- Conclure qu'il faut plus de peinture jaune que de peinture noire.

  Il y a de nombreuses autres procédures possibles. Par exemple, par compensations (des deux bandes du haut et du bas ou par éliminations successives de tronçons jaunes et noirs équivalents).

•**Attribution des points**

4 Réponse correcte (Il faut plus de jaune que de noir) avec explications complètes, faisant clairement apparaître une différence de 2 unités entre les deux parties, ou avec les détails du comptage ou les « marques » de compensations, …

3 Réponse correcte avec aires exactes mais explications incomplètes ou peu claires

2 Calcul ou dénombrement erronés mais démarche exacte,

ou réponse « plus de noir que de jaune » due à un comptage des quatre motifs seulement, sans remarquer que la colonne de droite n'appartient pas à l'un d'eux, avec le détail précis de l'écart entre 196 et 188.

1 Début de raisonnement (ou dénombrement) correct

0 Incompréhension du problème,

•**Niveaux:** 5, 6, 7

•**Origine:** Bourg-en-Bresse

•12. PINOCCHIO LE FAMEUX MENTEUR (Cat. 6, 7, 8)

Pinocchio est un fameux menteur. Lorsqu'on lui pose des questions, parfois il dit des gros mensonges et parfois des petits mensonges. Quelquefois aussi, il dit la vérité.

Chaque fois qu'il dit un petit mensonge, son nez s'allonge de 4 cm et chaque fois qu'il dit un gros mensonge, son nez s'allonge de 6 cm. Heureusement, chaque fois qu'il dit une vérité son nez devient la moitié de ce qu'il était avant.

Lorsque Pinocchio s'est levé ce matin, son nez mesurait 2 cm. Au cours de la journée, il a répondu à 5 questions. La deuxième et la cinquième fois, il a dit la vérité. Mais, les autres fois, il a menti.

À la fin de la journée, Pinocchio mesure son nez et se dit : « Mon nez mesure 1,5 cm de plus que si je n'avais dit qu'un seul gros mensonge ».

Combien Pinocchio a-t-il pu dire de gros mensonges et à quelles questions a-t-il pu le faire : à la première, à la troisième, à la quatrième ?

Expliquez comment vous avez trouvé.

•ANALYSI A PRIORI

•Domaine de connaissances

- Arithmétique
- Combinatoire

•Analyse de la tâche

- Comprendre la situation et admettre qu'il y a peut-être plusieurs solutions ; déduire de l'énoncé que Pinocchio a dit au moins deux gros mensonges et comprendre que l'ordre dans lequel sont données les réponses a de l'importance.
- Faire l'inventaire des situations qui correspondent à un seul gros mensonge et déterminer le nombre de centimètres correspondants auquel il faudra ajouter 1,5 cm. (Par exemple, on peut disposer, le gros mensonge (G) ou (+6) en 1^e questions ou en 3^e ou 4^e question, ces deux dernières conduisant au même résultat, lignes 2 et 3) :

1) départ : 2	G (+6) –> 8	V (:2) –> 4	P (+ 4) –> 8	P (+ 4) –> 12	V (: 2) –>	à la fin : 6 (cm)
2) départ : 2	P (+4) –> 6	V (:2) –> 3	G (+ 6) –> 9	P (+ 4) –> 13	V (: 2) –>	à la fin : 6,5 (cm)
3) départ : 2	P (+4) –> 6	V (:2) –> 3	P (+ 4) –> 7	G (+ 6) –> 13	V (: 2) –>	à la fin : 6,5 (cm)

En déduire que le nez de Pinocchio mesure 7,5 ou 8 cm.

- Envisager alors les cas avec deux gros mensonges, c'est-à-dire un seul petit mensonge qui peut être en 1^e question ou en 3^e ou 4^e (avec le même résultat dans ces deux lignes 5 et 6)

4) départ : 2	P (+ 4) –> 6	V (: 2) –> 3	G (+ 6) –> 9	G (+ 6) –> 15	V (: 2) –>	à la fin : **7,5 (cm)**
5) départ : 2	G (+ 6) –> 8	V (: 2) –> 4	P (+ 4) –> 8	G (+ 6) –> 14	V (: 2) –>	à la fin : 7 (cm)
6) départ : 2	G (+ 6) –> 8	V (: 2) –> 4	G (+ 6) –> 10	P (+ 4) –> 14	V (: 2) –>	à la fin : 7 (cm)

Les 2 gros mensonges sont en 3^e et 4^e question, le nez a 7,5 cm, soit 1,5 de plus que 6 cm avec un gros mensonge.

- Envisager enfin le dernier cas, avec trois gros mensonges :

7) départ : 2	G (+6) –> 8	V (:2) –> 4	G (+ 6) –> 10	G (+ 6) –> 16	V (:2) –>	à la fin : **8 (cm)**

Avec 3 gros mensonges le nez a 8 cm, soit 1,5 de plus que 6,5 cm avec un seul gros mensonge à la 3^e ou 4^e question.

•Attribution des points

4 Réponse correcte (deux possibilités : 3 gros mensonges aux questions 1, 3 et 4 ou 2 gros mensonges aux questions 3 et 4) avec explication montrant clairement l'exhaustivité des cas possibles, avec le détail des longueurs du nez

3 Réponse correcte avec méthode peu claire (où l'on n'est pas certain que toutes les possibilités aient été envisagées)

2 Une seule possibilité trouvée avec méthode apparente
ou deux possibilités trouvées avec le détail des longueurs mais sans préciser à quelles questions ont été dits les gros mensonges

1 Une seule possibilité trouvée avec méthode peu apparente ou mal expliquée
ou début de recherche correcte, en particulier déduction correcte du nombre de cm à la fin (7,5 cm ou 8 cm)

0 Incompréhension du problème

•Niveaux : 6, 7, 8

•Origine : Valle D'Aosta

•13. UNE ANNÉE PARTICULIÈRE (Cat. 6, 7, 8)

2010

En 2010 les personnes nées en 19**46** ont fêté leurs **64** ans : elles pouvaient écrire leur âge en inversant les deux derniers chiffres de leur année de naissance.

En 2010 ce phénomène s'est aussi produit pour des personnes nées en d'autres années.

Indiquez quel âge avaient toutes ces personnes en 2010.

Expliquez comment vous avez trouvé.

•ANALYSE A PRIORI

•Domaine de connaissances

- Logique
- Arithmétique

•Analyse de la tâche

- Procéder par essais plus ou moins organisés en faisant une hypothèse sur l'année de naissance, puis calculer l'âge correspondant en 2010 et valider ou non la réponse en contrôlant si le nombre donnant l'âge calculé correspond au nombre obtenu en inversant les deux derniers chiffres de l'année de naissance.

Ou : procéder de même en faisant une hypothèse sur l'âge en 2010 et en calculant les années de naissances correspondantes.

Ou : remarquer, après quelques essais, que la somme des chiffres des âges qui conviennent est 10. Lister alors tous les nombres de deux chiffres dont la somme des chiffres est 10. Vérifier la cohérence entre âges et années ainsi déterminés.

Ou remarquer que le chiffre des dizaines (ou celui des unités) du nombre désignant l'âge est nécessairement le complément à 10 du chiffre des dizaines (ou respectivement de celui des unités) du nombre indiquant l'année de naissance. (Car la somme de l'âge et de l'année de naissance, 2010, se termine par 0). En déduire, qu'à cause de la condition sur l'inversion des chiffres, ce complément est le chiffre des dizaines (respectivement des unités) correspondant. Lister, alors tous les nombres de deux chiffres dont la somme des chiffres est 10 pour déterminer tous les âges qui conviennent.

•Attribution des points

4 Réponses correctes (19, 28, 37, 46, 55, 64, 73, 82, 91), avec explication claire

3 Réponses correctes et complètes sans explications
ou réponse correcte avec un oubli (différent de 64)

2 Réponse incomplète (de 2 à 4 oublis), mais qui montre une bonne compréhension d'un problème et témoigne de la mise en place d'une stratégie pour essayer de lister les réponses possibles

1 Début de recherche, une année de naissance au moins a été correctement déterminée (différente de 64)

0 Incompréhension du problème

•Niveau : 6, 7, 8

•Origine : Bourg-en-Bresse

•14. À MIDI (Cat. 7, 8, 9, 10)

André vient de se réveiller et demande à sa maman quelle heure il est.

Elle lui répond : « J'ai regardé l'heure, il y a exactement cinquante minutes. À ce moment, j'ai remarqué que pour arriver à midi il fallait le double du nombre de minutes qui s'étaient écoulées depuis 8 heures. »

À quelle heure André s'est-il réveillé ?

Expliquez votre raisonnement.

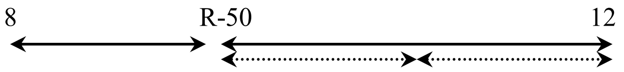
•ANALYSE A PRIORI

Domaine conceptuel

- Mesure du temps : heures et minutes
- Algèbre : équations

Analyse de la tâche

- Comprendre la situation : entre 50 minutes avant le réveil, « R - 50 » et midi ; il y a le double de minutes qu'entre 8h et « R - 50 ». La traduire éventuellement au moyen d'un schéma permettant de « voir » que la durée totale est répartie en trois « tiers ».



- Remarquer que de 8 h à midi, il se passe 4 h ou 240 minutes et en déduire qu'il y a 80 = 240 : 3 minutes entre 8h et « R – 50 », puis 80 + 50 = 130 (minutes) entre 8h et le moment du réveil « R ». C'est-à-dire qu'André s'est réveillé à 10h10.

Ou : procéder par essais successifs et trouver l'horaire qui remplit les conditions (cinquante minutes auparavant, il manquait pour aller à midi le double des minutes écoulées depuis 8 h). Éventuellement commencer les essais à partir d'un horaire plausible comme 10 h, et procéder par ajustements successifs.

Ou : poser une équation dans laquelle l'inconnue x, exprimée en heures, est l'heure actuelle :

$12-\left(x-\frac{50}{60}\right)=2\left(x-\frac{50}{60}-8\right)$ d'où $x=\frac{61}{6}$, il est donc 10 heures et 10 minutes, ou 10 h 10.

- Si x est la durée de 8 h à « R-50 », on obtient, avec x exprimé en heures : $x + 8 = 12 - 2x$ d'où $x = 4/3$.
- ou, avec x et les heures exprimées en minutes), $x + 480 = 720 -2x$ d'où $x = 80$.

  Dans chacun des deux cas précédents, il faut interpréter la solution (et ajouter les 50 minutes).

Attribution des points :

4 Solution correcte 10 h 10 avec explications complètes.

3 Solution correcte, avec explications incomplètes ou seulement une vérification

2 Solution correcte sans explications
ou démarche correcte avec erreur de calcul
ou procédure correcte mais interprétation erronée du résultat (par exemple 9h20, avec confusion entre l'heure de réveil et 50 minutes avant l'heure de réveil)

1 Début de raisonnement correct

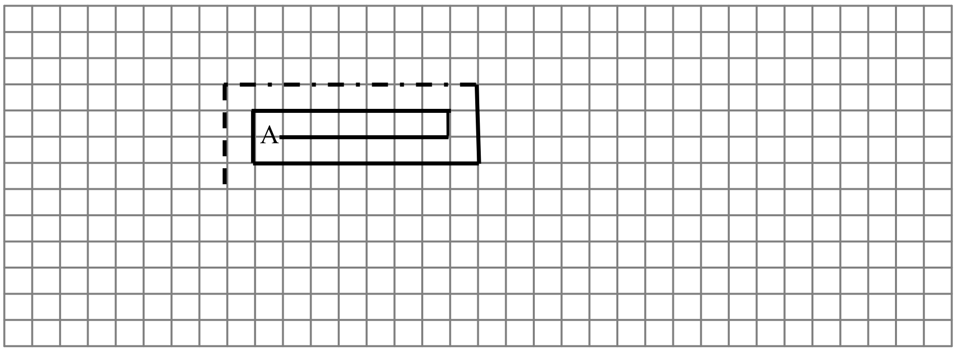
0 Incompréhension du problème

•Niveaux : 7, 8, 9, 10

•Origine : Ticino

•15. UNE SPIRALE PARTICULIÈRE (Cat. 7, 8, 9, 10)

Gianni a une feuille de papier quadrillé, sur laquelle les carreaux ont un côté de 1 cm. Il commence à dessiner une spirale comme celle que vous voyez sur la figure; il part de A, se déplace horizontalement de 6 carreaux, puis verticalement de 1 carreau, puis de nouveau horizontalement de 7 carreaux, puis verticalement de 2 carreaux, et ainsi de suite.



Gianni s'arrête après le cinquantième segment horizontal.

Combien mesure, en centimètres, la spirale dessinée par Gianni ?

Expliquez votre raisonnement.

•ANALYSE A PRIORI

Domaine conceptuel

- Arithmétique : somme de nombres entiers successifs ; propriétés des opérations
- Algèbre : approche de la notion de suite arithmétique

Analyse de la tâche:

- Comprendre les règles de construction de la spirale et se rendre compte que les mesures des segments en cm, aussi bien horizontaux que verticaux, augmentent chaque fois de 1 cm.
- Observer que la mesure des segments verticaux est 1, 2, 3, 4... et celle des segments horizontaux est 6, 7, 8, 9... , constater que la mesure du n-ième segment horizontal est $n + 5$ et que, par conséquent la longueur du cinquantième segment horizontal est 50 + 5 = 55 cm, ou, par un raisonnement analogue, 49 + 6 = 55.
- Exprimer la longueur totale de la spirale, ou se rendre compte qu'elle est la somme de deux progressions arithmétiques : (6 + 7 + … 54 + 55) + (1 + 2 + 3 + … + 48 + 49) et effectuer les additions une à une calculatrice (avec un grand risque d'erreur, même en utilisant la calculatrice).

Ou mettre en œuvre des propriétés des opérations : commutativité, associativité et distributivité, permettant de simplifier les calculs en regroupant des termes ou transformant des sommes en produits. Par exemple :

en associant par deux les termes de chaque suite (à partir du début et de la fin) pour obtenir des sommes partielles constantes : (6 + 7 + … + 54 + 55) + (1 + 2 + ... + 48 + 49) = (6 + 55) + (7 + 54) + … + (1 + 48) + (2 + 47) + … = = 61 × 25 + 49 × 25 = 110 × 25 = 2750

ou en regroupant les termes des deux suites deux à deux 6 + 1 + 7 + 2 + 8 + 3 + … + 54 + 49 + 55 = (1 + 2 + 3 + 4 + ... + 49) + (1 + 2 + 3 + 4 +… + 49) + 6 x 50 = 2 x (1+2+3+4+….+49) + 6 x 50, puis comme précédemment, par association et distributivité, arriver à 49 x 50 + 6 x 50 = 55 x 50 = 2750.

Attribution des points:

4 Réponse correcte (2750 cm) avec explications claires (calculs détaillés)

3 Réponse correcte avec explications peu claires

ou réponse correcte avec explication claire et une seule erreur de calcul ou de détermination des longueurs des derniers segments

2 Réponse correcte, sans explications

ou deux erreurs ou imprécisions

1 Début de raisonnement correct ou réponse avec plus de deux erreurs

0 Incompréhension du problème

•**Niveaux:** 7**,** 8, 9, 10

•**Origine:** Siena