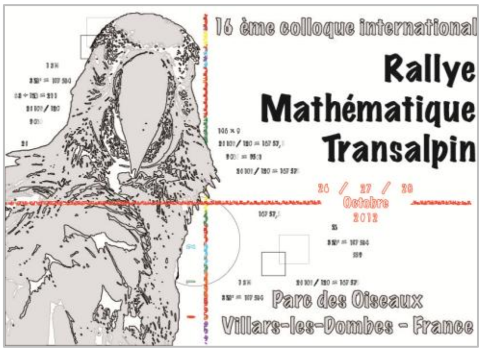
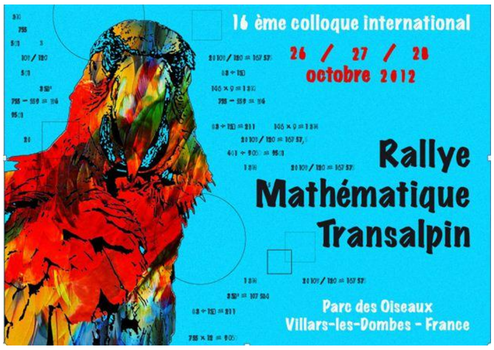
21ème Rallye Mathématique Transalpin.
Epreuve d'essai
Pour la section de Bourg en Bresse



Vous trouverez ci-dessous, les problèmes de la catégorie 5 (CM2) qui sont suivis des analyses à priori et des attributions de points qui sont en vigueur sur le Rallye.
Cette épreuve d'essai doit vous permettre de savoir avec vos élèves si la participation au rallye est envisageable tout en dégageant des pistes de travail pour le comportement à avoir face à une telle situation.



·5. COLLECTION DE MOTOS (Cat. 3, 4, 5)

Léo collectionne des petites motos.

Il a préparé des boîtes pour ranger toutes ses motos.

Il commence à en mettre 4 dans chaque boîte, mais à la fin il lui reste encore 2 motos à placer.

Il essaie alors d'en mettre 5 dans chaque boîte, mais il n'y arrive pas car il lui manque 3 motos pour remplir toutes les boîtes.

Combien Léo a-t-il préparé de boîtes ?

Combien a-t-il de motos ?

Expliquez comment vous avez trouvé vos solutions !

6. QU'IL FAIT BON LIRE ! (Cat. 4, 5)

Fabio a reçu en cadeau un livre de 174 pages et décide d'en organiser la lecture de la façon suivante:

- il ne lira pas le dimanche ;
- tous les autres jours, sauf le mercredi, il lira le même nombre de pages ;
- il lira 15 pages de plus le mercredi, car il a congé l'après-midi.

En faisant comme cela, Fabio arrivera à lire tout le livre en deux semaines entières.

Combien de pages doit-il lire le mercredi et combien les autres jours pour finir son livre en deux semaines ?

Expliquez comment vous avez fait pour trouver la solution.

7. LE NUMÉRO DE TÉLEPHONE DE LOUISE (Cat. 5, 6)

Louise a changé de numéro de téléphone et transmet le nouveau numéro à son amie Carla, avec un message sous forme de devinette :

Mon nouveau numéro est composé de 6 chiffres tous différents. Tu dois, en outre, savoir que :

- la somme de tous les chiffres est 15 ;

- le dernier chiffre est la moitié du premier ;

- le deuxième chiffre est le double du premier ;

- l'avant-dernier chiffre vaut 1 de plus que le double du dernier.

Avec ces indices, est-ce que Carla arrivera à trouver le nouveau numéro de Louise et à être sûre de l'appeler du premier coup ?

Quel pourrait être ce numéro ?

Expliquez comment vous avez fait pour trouver la solution.

•

•8. LE JEU DES QUESTIONS (Cat. 5, 6)

Le *Jeu des questions* se joue sur un ruban de nombres comme celui-ci :

…	-5	-4	-3	-2	-1	Départ	1	2	3	4	5	6	7	8	…

avec un pion par joueur, posé sur la case « départ » au début du jeu, et avec un paquet de cartes - questions.

Chaque joueur, à son tour, tire une carte du paquet. Il lit la question écrite sur la carte et il y répond.

Si la réponse est juste, il avance son pion de deux cases. Si la réponse est fausse, il recule son pion de 6 cases.

Marie et Jean ont tiré chacun 24 cartes et ils ont répondu aux 24 questions.

À la fin du jeu, le pion de Marie se retrouve sur la case "Départ" et le pion de Jean est sur la case 24.

Combien Marie a-t-elle donné de réponses justes et de réponses fausses ? Et Jean ?

Expliquez comment vous avez trouvé vos réponses.

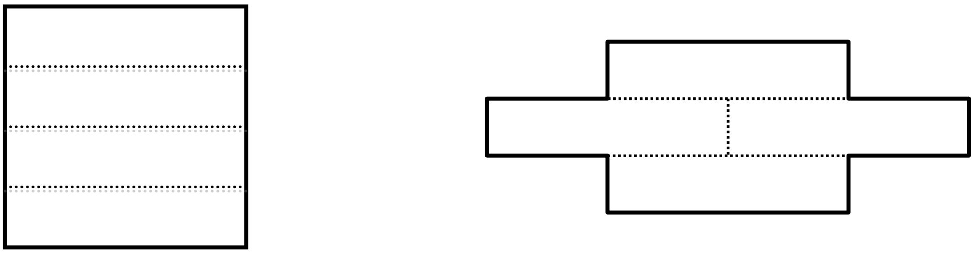
•9. COUPONS LES CARRÉS EN QUATRE (Cat. 5, 6, 7)

Isabelle, Julie, Serge et Xavier ont reçu chacun le même carré.

Chacun des enfants a découpé son carré en quatre pièces identiques. Puis, il les a assemblées pour réaliser une nouvelle figure.

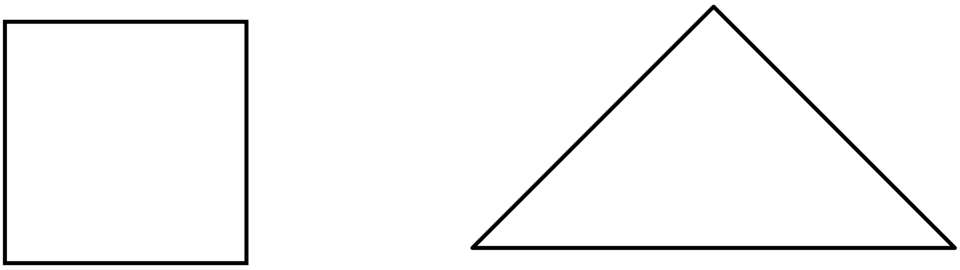
Voici le découpage du carré en quatre pièces fait par Isabelle, et la figure qu'elle a obtenue avec ses quatre pièces.

Isabelle :

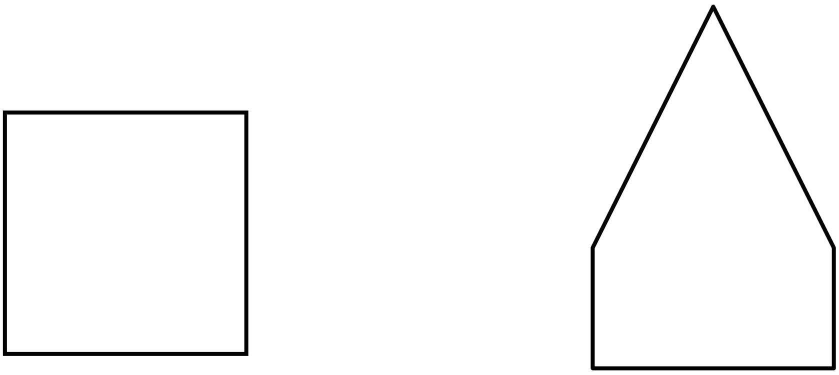


Voici les carrés que les trois autres enfants ont reçus et les figures formées avec leurs quatre pièces.

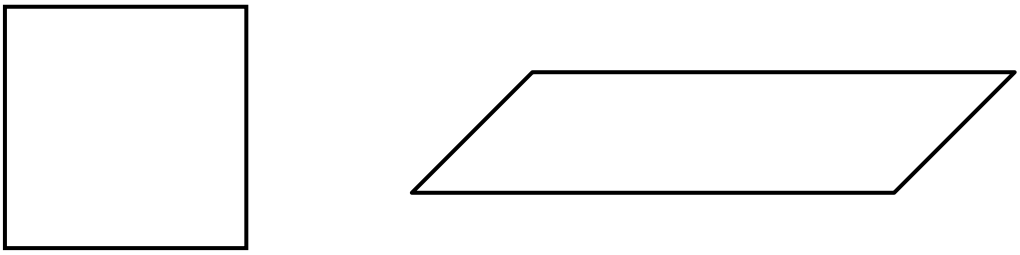
Julie :



Serge :



Xavier :



Dessinez le découpage du carré de chaque enfant et dessinez aussi les quatre pièces sur la figure qu'il a réalisée.

•

·10. MOUSSE AU CHOCOLAT (Cat. 5, 6, 7)

Céline, Jeanne et Sophie utilisent la même recette pour préparer chacune une mousse au chocolat. Pour bien réussir la mousse au chocolat, il ne faut pas se tromper dans les quantités d'œufs et de chocolat.

Céline a utilisé 4 œufs et 200 grammes de chocolat.

Jeanne a utilisé 6 œufs et 250 grammes de chocolat.

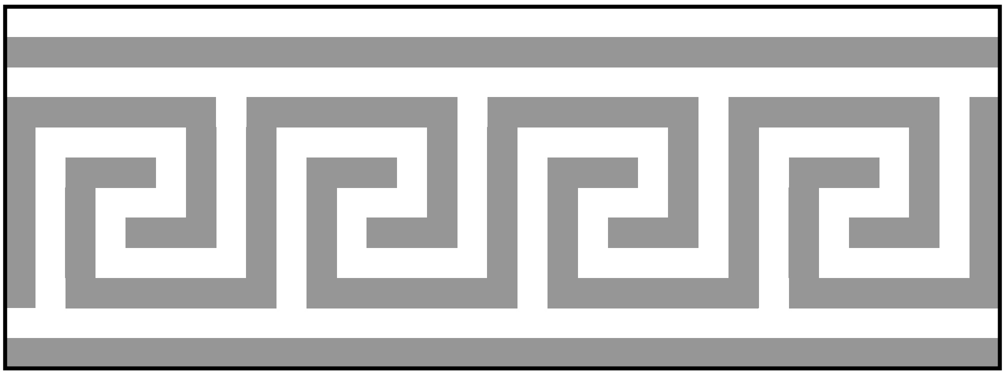
Sophie a utilisé 10 œufs et 500 grammes de chocolat.

L'une des trois filles n'a pas utilisé la bonne quantité de chocolat.

Qui n'a pas utilisé la bonne quantité de chocolat ? Expliquez pourquoi.

•11. ORNEMENT GREC (Cat. 5, 6, 7)

La maîtresse de Maya lui propose de colorier l'ornement grec suivant, où les bandes sombres et les bandes plus claires ont toutes la même largeur :



Maya va repasser en noir les zones sombres et en jaune les zones plus claires, en mettant partout exactement la même couche de peinture.

Selon vous, Maya va-t-elle utiliser plus de peinture jaune ou plus de peinture noire ?

Expliquez votre réponse.

•5. COLLECTION DE MOTOS (Cat. 3, 4, 5)

Léo collectionne des petites motos.

Il a préparé des boîtes pour ranger toutes ses motos.

Il commence à en mettre 4 dans chaque boîte, mais à la fin il lui reste encore 2 motos à placer.

Il essaie alors d'en mettre 5 dans chaque boîte, mais il n'y arrive pas car il lui manque 3 motos pour remplir toutes les boîtes.

Combien Léo a-t-il préparé de boîtes ?

Combien a-t-il de motos ?

Expliquez comment vous avez trouvé vos solutions !

•ANALYSE A PRIORI

•Domaine de connaissances

- Arithmétique (addition, soustraction, multiples, divisibilité)

•Analyse de la tâche

- Imaginer la répartition : Léo met 4 modèles par boîte et il lui en reste 2. Il décide d'en mettre 5 par boîte, c'est-à-dire un de plus. Il place les deux motos qui restent dans les deux premières boîtes. Comme il manque 3 motos pour remplir toutes les boîtes, les 3 dernières seront incomplètes.
- En déduire qu'il y a donc 5 boîtes : 2 avec 5 motos et 3 avec 4 motos ; ce qui fait en tout 2 x 5 + 3 x 4 = 22 motos et et vérifier éventuellement que 5 x 4 + 2 = 22 et 5 x 5 – 3 = 22.

  (La situation peut être représentés par le dessin des boîtes ou simulée par des manipulations effectives)

Ou, par essais successifs, par multiplications, additions et soustractions, déterminer le nombre de motos dans les deux rangements jusqu'à obtenir l'égalité.

Les essais peuvent être inorganisés ou ordonnés en faisant varier le nombre de boîtes et en remarquant que la différence entre les deux nombres de motos décroît régulièrement, par exemple :

boîtes	2	3	4	**5**
motos (4 /boîte)	4 x 2 + 2 = 10	4 x 3 + 2 = 14	4 x 4 + 2 = 18	4 x 5 + 2 = **22**
motos (5 /boîte)	5 x 2 – 3 = 7	5 x 3 - 3 = 12	5 x 4 - 3 = 17	5 x 5 - 3 = **22**

- Partir d'un nombre de motos qui permet de respecter une des contraintes du rangement (par exemple un nombre qui a pour reste 2 dans la division par 4) et vérifier s'il respecte la deuxième contrainte. Recommencer jusqu'à trouver un nombre qui convient.

  Dans tous les cas, en déduire que le nombre de boîtes préparées par Lisa est 5, le nombre de motos étant 22.

•Attribution des points

4 Réponses correctes (5 boîtes et 22 motos) avec explications claires et détaillées

3 Réponses correctes (5 boîtes et 22 motos) avec explications peu claires

2 Réponses correctes (5 boîtes et 22 motos) sans explications
ou démarche correcte avec erreur de calcul (exemple : 4 boîtes et 18 motos et une erreur dans le cas des 5 motos par boîte, 18 à la place de 17)

1 Une des réponses, sans explication

0 Incompréhension du problème.

•Niveaux : 3, 4, 5

•Origine : Luxembourg

6. QU'IL FAIT BON LIRE ! (Cat. 4, 5)

Fabio a reçu en cadeau un livre de 174 pages et décide d'en organiser la lecture de la façon suivante:

- il ne lira pas le dimanche ;
- tous les autres jours, sauf le mercredi, il lira le même nombre de pages ;
- il lira 15 pages de plus le mercredi, car il a congé l'après-midi.

En faisant comme cela, Fabio arrivera à lire tout le livre en deux semaines entières.

Combien de pages doit-il lire le mercredi et combien les autres jours pour finir son livre en deux semaines ?

Expliquez comment vous avez fait pour trouver la solution.

•ANALYSE A PRIORI

•Domaine de connaissances

- Arithmétique : nombres jusqu'à 200, les quatre opérations

•Analyse de la tâche

- Savoir que dans deux semaines il y a 14 jours.
- Se rendre compte que dans ces deux semaines il y a deux dimanches et deux mercredi (et qu'il lira 12 jours, dont 2 avec 15 pages en plus).
- Partir des 174 pages, enlever les 30 pages (2 x 15) qu'il lit en plus les mercredis et trouver le nombre de pages qu'il lit régulièrement en 12 jours (144).
- Diviser 144 par 12 et trouver que Fabio doit lire 12 pages chaque jour.
- Ajouter les 15 pages qu'il lit en plus le mercredi pour trouver les pages qu'il lit ce jour-là (12 + 15 = 27).

Ou: procéder par essais en faisant des hypothèses sur le nombre de pages lues chaque jour, différent du mercredi. Par exemple supposer que ce soient 10 et trouver qu'on aurait [(10 x 5) +25] x 2 =150 pages lues en deux semaines: trop peu. Essayer avec 11 et trouver que ce n'est pas encore convenable ; trouver au contraire qu'avec 12 on obtient exactement 174 = [(12 x 5) + 25] x 2).

Ou : considérer que si chaque jour des deux semaines, différent du dimanche, Fabio avait lu le même nombre de pages, cela aurait fait 14 pages (174 : 12) avec un reste de 6 pages. Procéder ensuite en enlevant chaque fois 1 au nombre des pages lues chaque jour (on augmente ainsi chaque fois le reste de 12 pages). On trouve alors que, si on suppose 12 pages lues chaque jour, on obtient un reste de 30 pages (les 15 en plus des deux mercredis).

•Attribution des points

4 Réponse correcte (27 pages le mercredi et 12 pages les autres jours sauf les dimanches), avec calculs et explications

3 Réponse correcte sans détail des calculs ou explications confuses

2 Réponse correcte sans explications
ou réponse erronée due à une démarche correcte avec une seule erreur de calcul

1 Raisonnement qui ne tient pas compte d'une des conditions (le dimanche ou le mercredi ou le nombre de jours de lecture)
ou repérage des 12 jours de lecture effective ou des 30 pages lues le mercredi

0 Incompréhension du problème

•Niveaux : 4, 5

•Origine : Ticino

7. LE NUMÉRO DE TÉLEPHONE DE LOUISE (Cat. 5, 6)

Louise a changé de numéro de téléphone et transmet le nouveau numéro à son amie Carla, avec un message sous forme de devinette :

Mon nouveau numéro est composé de 6 chiffres tous différents. Tu dois, en outre, savoir que :

- la somme de tous les chiffres est 15 ;

- le dernier chiffre est la moitié du premier ;

- le deuxième chiffre est le double du premier ;

- l'avant-dernier chiffre vaut 1 de plus que le double du dernier.

Avec ces indices, est-ce que Carla arrivera à trouver le nouveau numéro de Louise et à être sûre de l'appeler du premier coup ?

Quel pourrait être ce numéro ?

Expliquez comment vous avez fait pour trouver la solution.

•ANALYSE A PRIORI

•Domaine de connaissances

- Arithmétique: la moitié, nombres pairs, somme et différence

•Analyse de la tâche:

- Effectuer quelques essais puis constater que, puisque 15 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5, les six chiffres, différents, dont la somme est 15 ne peuvent être que 0, 1, 2, 3, 4 et 5. (Les chiffres 6 à 9 ne peuvent apparaître dans le numéro.)
- Déterminer le premier chiffre. Celui-ci ne peut être que 2. (Il doit être pair, car le dernier est sa moitié et il ne peut être 4, car le deuxième serait 8). Quatre chiffres du numéro de téléphone sont ainsi déterminés : 2, 4, _, _, 3, 1.
- Définir les deux chiffres centraux, en tenant compte du fait que les chiffres doivent être tous différents et qu'alors les couples (1 ; 4), (2 ; 3) ne peuvent pas satisfaire les conditions, l'unique couple possible peut être donc (0 ; 5).
- Repérer les deux seules possibilités correctes: 2, 4, 0, 5, 3, 1 et 2, 4, 5, 0, 3, 1 et comprendre qu'on ne peut pas être certain d'appeler Louise au premier coup de fil.

•Attribution des points

4 Réponse correcte : (Non, parce qu'il y a deux numéros de téléphone possibles : 2, 4, 0, 5, 3, 1 et 2, 4, 5, 0, 3, 1) avec justification exhaustive (exclusion de certains chiffres, calculs pour les déterminer, ou table qui reproduit tous les cas avec exclusion argumentée de ceux qui ne satisfont pas les conditions)

3 Réponse correcte avec l'indication des deux possibilités, avec justifications incomplètes

2 Réponse correcte avec l'indication des deux possibilités, sans justifications
ou réponse « Oui » avec une seule des deux possibilités et explications

1 Réponse « Oui » et une possibilité erronée parce qu'on ne tient pas compte d'une condition
ou réponse « Non » mais avec une possibilité erronée

0 Incompréhension du problème

•Niveaux : 5, 6

•Origine : Cagliari

•8. LE JEU DES QUESTIONS (Cat. 5, 6)

Le *Jeu des questions* se joue sur un ruban de nombres comme celui-ci :

…	-5	-4	-3	-2	-1	Départ	1	2	3	4	5	6	7	8	…

avec un pion par joueur, posé sur la case « départ » au début du jeu, et avec un paquet de cartes - questions.

Chaque joueur, à son tour, tire une carte du paquet. Il lit la question écrite sur la carte et il y répond.

Si la réponse est juste, il avance son pion de deux cases. Si la réponse est fausse, il recule son pion de 6 cases.

Marie et Jean ont tiré chacun 24 cartes et ils ont répondu aux 24 questions.

À la fin du jeu, le pion de Marie se retrouve sur la case "Départ" et le pion de Jean est sur la case 24.

Combien Marie a-t-elle donné de réponses justes et de réponses fausses ? Et Jean ?

Expliquez comment vous avez trouvé vos réponses.

•ANALYSE A PRIORI

Domaine conceptuel

- Arithmétique : addition, multiplication, soustraction, multiples

Analyse de la tâche :

- Se rendre compte que si un enfant avait répondu juste à toutes les questions son pion serait sur la case 48 (24 x 2).
- Constater qu'une réponse erronée fait reculer le pion de 6 cases, et que cela annule donc 3 réponses justes ou encore que, pour 4 réponses, si 3 sont justes et 1 est fausse, cela revient à un score nul.
- Pour Marie, à l'aide de calculs qui puissent expliquer le raisonnement, trouver que 6 réponses sont fausses (6 x 6 = 36) et 18 sont justes (18 x 2 = 36) ; avec un score final de 0 et le pion sur la case de départ : 36 – 36 = 0 ;
  ou considérer que, comme son score total est nul, cela résulte de 6 « paquets de réponses » composées d'une fausse et de 3 justes, soit au total 6 fausses et 18 justes.
- Pour Jean : en procédant de même, comprendre que si son pion se trouve sur la case 24, cela veut dire que, parmi ses 24 réponses, 21 sont correctes (21 x 2 = 42) et 3 sont fausses (3 x 6 = 18) ; 42 – 18 = 24 ; etc.

Ou : procéder à une recherche systématique pour identifier toutes les possibilités (par exemple à l'aide d'un tableau) :

Réponses correctes	Réponses fausses	Score positif	Score négatif	Case d'arrivée
24	0	48	0	48
23	1	46	6	40
22	2	44	12	32
21	**3**	**42**	**18**	**24**
…	…	…	…	…
18	**6**	**36**	**36**	**0**

- Formuler les deux réponses: Marie, 18 réponses justes et 6 fausses; Jean 21 justes et 3 fausses.

Attribution des points

4 Les deux réponses correctes (18 et 6 pour Marie, 21 et 3 pour Jean), avec explications complètes (schéma ou tableau ou calculs, qui montrent d'éventuels essais)

3 Les deux réponses correctes, avec explications incomplètes

2 Les deux réponses correctes, sans explications
ou seulement la réponse pour l'un des enfants, bien justifiée

1 Début de recherche cohérent
ou réponses fausses par erreur de calcul

0 Incompréhension du problème

•Niveaux : 5, 6

•Origine : Milano

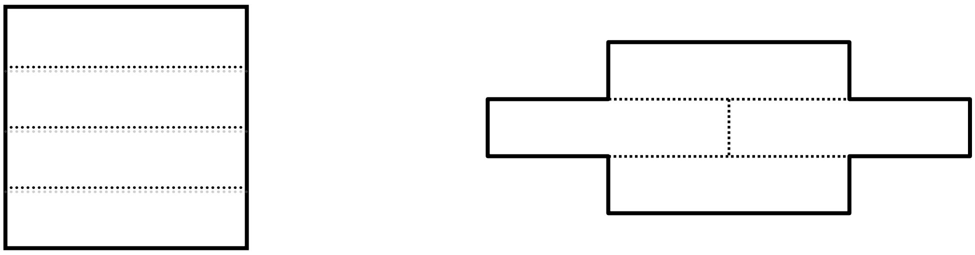
•9. COUPONS LES CARRÉS EN QUATRE (Cat. 5, 6, 7)

Isabelle, Julie, Serge et Xavier ont reçu chacun le même carré.

Chacun des enfants a découpé son carré en quatre pièces identiques. Puis, il les a assemblées pour réaliser une nouvelle figure.

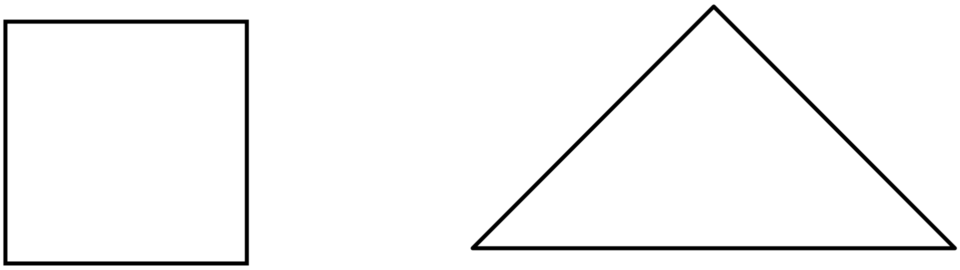
Voici le découpage du carré en quatre pièces fait par Isabelle, et la figure qu'elle a obtenue avec ses quatre pièces.

Isabelle :

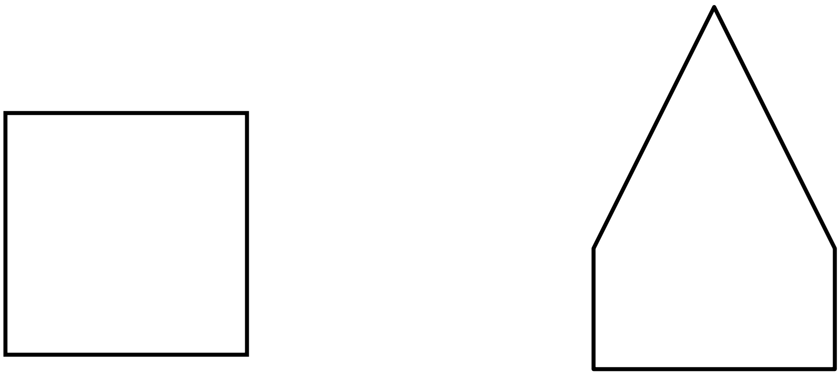


Voici les carrés que les trois autres enfants ont reçus et les figures formées avec leurs quatre pièces.

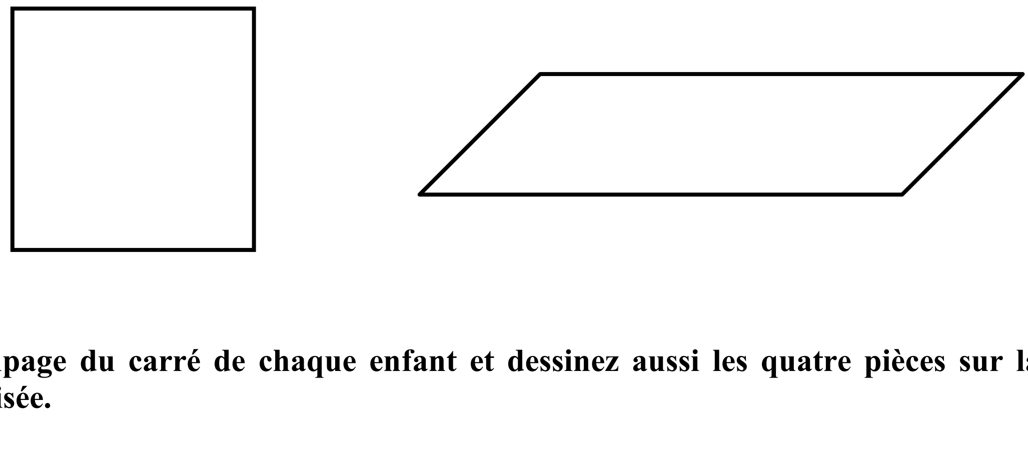
Julie :



Serge :



Xavier :



Dessinez le découpage du carré de chaque enfant et dessinez aussi les quatre pièces sur la figure qu'il a réalisée.

•ANALYSE A PRIORI

•Domaine de connaissances

- Géométrie : décomposition et recomposition de figures

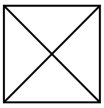
•Analyse de la tâche

- Comprendre les conditions de découpe du carré et les contraintes de l'assemblage des pièces.
- Une première démarche possible consiste à rechercher différentes façons de découper le carré en quatre figures identiques puis d'assembler les quatre pièces en les positionnant sur les figures :

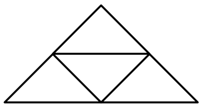
  • la décomposition en quatre carrés selon les médianes ou en quatre rectangles identiques (comme Isabelle) ne permet pas d'obtenir les trois autres figures ;

  • la décomposition en quatre triangles isocèles rectangles selon les diagonales permet d'obtenir le triangle construit par Julie et le parallélogramme construit par Xavier.

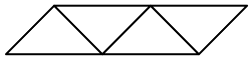
le découpage des carrés pour Julie et Xavier :



la figure de Julie :

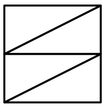


la figure de Xavier :

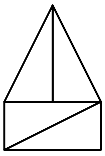


  • la décomposition en deux rectangles égaux en utilisant une médiane du carré, puis de chaque rectangle en deux triangles rectangles égaux en utilisant une diagonale permet d'obtenir la figure de Serge (et non celle de Xavier !)

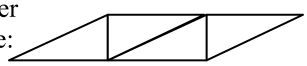
le découpage du carré pour Serge



la figure de Serge :



une figure erronée de Xavier avec le découpage de Serge:



- Une seconde démarche consiste à découper les figures obtenues par Julie, Serge et Xavier en quatre figures égales :

  par exemple, pour la figure de Serge, faire apparaître un rectangle « demi-carré », puis de ce rectangle en deux triangles rectangles égaux en utilisant une diagonale ;

  et pour les figures de Julie et de Xavier, on peut procéder de 2 façons :

  en essayant de trouver des relations simples entre les mesures des côtés du triangle ou du parallélogramme et la mesure du côté du carré (moitié et double),

  en observant que les mesures des angles du triangle et de deux angles du parallélogramme sont la moitié de celles d'un angle droit, (ce qui permet d'éliminer la figure erronée de Xavier).

•Attribution des points :

4 Le découpage du carré et l'agencement correspondant des pièces pour chacune des trois figures

3 Le découpage du carré et l'agencement correspondant des pièces pour deux des trois figures, sans autre solution erronée

2 Le découpage du carré et l'agencement correspondant des pièces pour une des trois figures, sans autre solution erronée

ou : le découpage du carré et l'agencement correspondant des pièces pour deux des trois figures, et une solution erronée pour la troisième figure

1 Le découpage du carré et l'agencement correspondant des pièces pour une des trois figures, avec une solution erronée pour l'une ou les deux autres figures

ou : l'un ou les deux découpages du carré en quatre pièces identiques sans la reconstitution d'aucune des figures

ou : un, deux ou les trois découpages des figures en quatre pièces identiques, sans les découpages correspondants du carré

0 Incompréhension du problème

•Niveaux : 5, 6, 7

•Origine : Bourg en Bresse

•10. MOUSSE AU CHOCOLAT (Cat. 5, 6, 7)

Céline, Jeanne et Sophie utilisent la même recette pour préparer chacune une mousse au chocolat.
Pour bien réussir la mousse au chocolat, il ne faut pas se tromper dans les quantités d'œufs et de chocolat.

Céline a utilisé 4 œufs et 200 grammes de chocolat.

Jeanne a utilisé 6 œufs et 250 grammes de chocolat.

Sophie a utilisé 10 œufs et 500 grammes de chocolat.

L'une des trois filles n'a pas utilisé la bonne quantité de chocolat.

Qui n'a pas utilisé la bonne quantité de chocolat ? Expliquez pourquoi.

•ANALYSE A PRIORI

•Domaine de connaissances

- Arithmétique : addition, multiplication, proportionnalité

•Analyse de la tâche

- Comprendre que les proportions doivent être respectées.
- Remarquer que les quantités de Jeanne et de Sophie sont incompatibles (le double de chocolat ne correspond pas au double d'œufs).

  En déduire que c'est Jeanne ou Sophie qui s'est trompée et donc que Céline ne s'est pas trompée.

  Comparer les données de l'une des deux avec celles de Céline, par exemple en remarquant que pour Céline il faut 2 œufs pour 100 grammes de chocolat, ce qui n'est pas compatible avec les données de Sophie. Conclure que c'est Jeanne qui s'est trompée.

Ou, partir directement des données pour Sophie pour en déduire que, selon ces données, pour 2 œufs, il faut 100 g de chocolat ou encore 1 œuf pour 50 g de chocolat et vérifier si les données de Jeanne et Céline sont compatibles.

Ou, calculer directement les quantités de chocolat de chacune pour le même nombre d'œufs (rapport). Par exemple le rapport « masse de chocolat pour un œuf » s'obtient en calculant 200 : 4, puis 250 : 6 et 500 : 10. On trouve alors que Céline et Sophie obtiennent le même résultat : 50 g de chocolat pour un oeuf, différent de celui de Jeanne.

Ou, utiliser les propriétés additives et multiplicatives de la proportionnalité. Par exemple, considérer que si, pour 4 œufs il faut 200 g de chocolat, pour 2 œufs il faut 100 g, puis pour 6 oeufs (4 + 2), il en faut 300 g (200 + 100). De même, pour 10 œufs (4 + 4 + 2 ou 6 + 4), il en faut 500 g (200 + 200 + 100 ou 300 + 200). Il s'ensuit que Jeanne s'est trompée.

  Une procédure attendue des élèves qui n'envisagent que des relations additives est la suivante : à partir des deux premières données, considérer que si on ajoute 2 œufs, il faut ajouter 50 g de chocolat ; en déduire que pour 8 œufs, il faut 300 g de chocolat et pour 10 œufs 350 g ; et conclure, de façon cohérente (mais évidemment erronée pour celui qui maîtrise les concepts de rapport ou de proportionnalité), que c'est Sophie qui s'est trompée.

•Attribution des points

4 Réponse exacte (Jeanne s'est trompée) avec une explication complète

3 Réponse exacte (Jeanne s'est trompée) avec une explication peu claire

2 Réponse exacte sans explication
ou réponse fausse suite à une erreur de calcul, mais le raisonnement est entièrement correct

1 Réponse fausse ou absente, mais la proportionnalité est prise en compte dans une partie des calculs

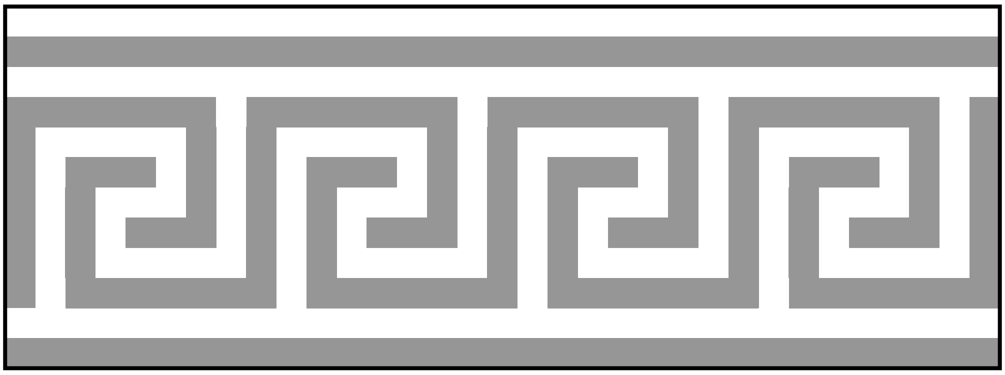
0 Incompréhension du problème
ou réponse fausse (Sophie s'est trompée) à la suite d'un raisonnement seulement additif

•Niveaux : 5, 6, 7

•Origine : gp

•11. ORNEMENT GREC (Cat. 5, 6, 7)

La maîtresse de Maya lui propose de colorier l'ornement grec suivant, où les bandes sombres et les bandes plus claires ont toutes la même largeur :



Maya va repasser en noir les zones sombres et en jaune les zones plus claires, en mettant partout exactement la même couche de peinture.

Selon vous, Maya va-t-elle utiliser plus de peinture jaune ou plus de peinture noire ?

Expliquez votre réponse.

•ANALYSE A PRIORI

•Domaine de connaissances

- Géométrie : aire et motifs invariants par translation
- Arithmétique : comptage ou opérations

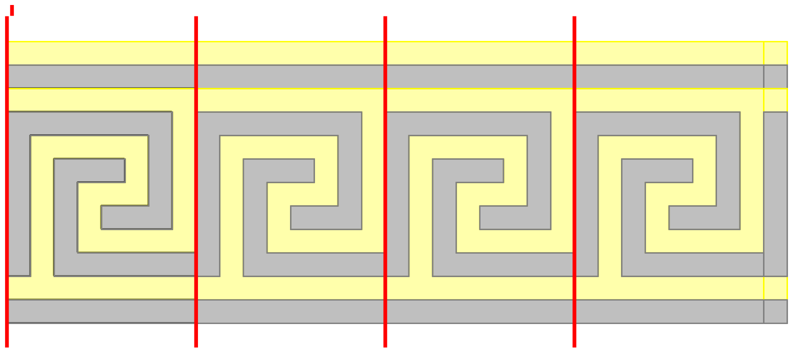
•Analyse de la tâche

- Faire le lien entre quantité de peinture et aire de chaque « zone », noire et jaune.
- Imaginer un quadrillage du motif d'après la largeur des bandes et se donner une unité d'aire (par exemple, celle d'un petit carré, *u,* dont le côté est la largeur des bandes).
- Déterminer, par comptage, l'aire de chaque zone (199 *u* pour la zone jaune et 197 *u* pour la zone noire).

Ou, repérer l'existence de motifs invariants par translation, répétés quatre fois et déterminer l'aire de chaque zone pour un motif de l'ornement, par comptage ou en procédant ligne par ligne, par exemple :

pour la zone jaune : 8 + 8 + 1 + 6 + 3 + 5 + 3 + 6 + 1 + 8 = 49 (en unités *u*)

et pour la zone noire : 8 + 7 + 2 + 5 + 3 + 5 + 2 + 7 + 8 = 47 (en unités *u*)



On obtient, pour les 4 motifs, 196 (en *u*) pour la zone jaune et 188 (en *u*) pour la zone sombre. Et en rajoutant la bande de droite on obtient 196 + 3 = 199 (en *u*) pour la zone claire complète et 188 + 9 = 197 (en *u*) pour la zone noire.

Ou pour chaque motif invariant par translation, découper les bandes claires sous forme de rectangle et les mettre bout à bout ; faire de même pour les bandes sombres ; évaluer la différence de longueur entre les deux bandes ainsi obtenues. La bande claire dépasse la bande sombre de 2 *u*, ce qui fait 8 *u* pour les quatre motifs. Compter sur la bande toute à droite de la frise que la bande sombre dépasse de 6 *u* la bande claire.

- Conclure qu'il faut plus de peinture jaune que de peinture noire.

  Il y a de nombreuses autres procédures possibles. Par exemple, par compensations (des deux bandes du haut et du bas ou par éliminations successives de tronçons jaunes et noirs équivalents).

•**Attribution des points**

4 Réponse correcte (Il faut plus de jaune que de noir) avec explications complètes, faisant clairement apparaître une différence de 2 unités entre les deux parties, ou avec les détails du comptage ou les « marques » de compensations, …

3 Réponse correcte avec aires exactes mais explications incomplètes ou peu claires

2 Calcul ou dénombrement erronés mais démarche exacte,

ou réponse « plus de noir que de jaune » due à un comptage des quatre motifs seulement, sans remarquer que la colonne de droite n'appartient pas à l'un d'eux, avec le détail précis de l'écart entre 196 et 188.

1 Début de raisonnement (ou dénombrement) correct

0 Incompréhension du problème,

•**Niveaux:** 5, 6, 7

•**Origine:** Bourg-en-Bresse