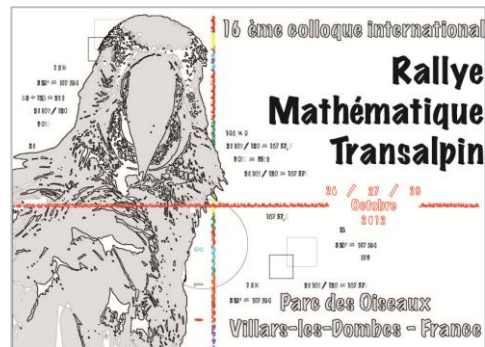


21^{ème} Rallye Mathématique Transalpin. Epreuve d’essai Pour la section de Bourg en Bresse



Vous trouverez ci-dessous, les problèmes de la catégorie 4 (CM1) qui sont suivis des analyses à priori et des attributions de points qui sont en vigueur sur le Rallye.

Cette épreuve d’essai doit vous permettre de savoir avec vos élèves si la participation au rallye est envisageable tout en dégagant des pistes de travail pour le comportement à avoir face à une telle situation.



1. LES BOUGIES D’ANNIVERSAIRE (Cat. 3, 4)

Constance aura trois ans demain et sa maman a acheté des bougies pour son gâteau d’anniversaire. Elle a acheté une boîte de 24 bougies, qu’elle pourra aussi utiliser pour les prochains anniversaires de Constance et aussi de sa petite sœur Sophie, qui n’a maintenant que neuf mois. Sur les gâteaux d’anniversaire, la maman met toujours des bougies neuves.

Pour combien d’anniversaires de Constance et combien d’anniversaires de Sophie les bougies que maman a achetées suffiront-elles ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

2. LE DERNIER DEBOUT (Cat. 3, 4)

12 enfants sont debout et forment un cercle pour jouer au jeu « Le dernier debout ».

Le premier joueur commence en disant « un », le deuxième joueur qui est à sa droite, dit « deux », le troisième joueur, à droite du deuxième, dit « trois » ; et ainsi de suite.

Dès qu'un joueur dit un nombre pair, il est éliminé et doit s'asseoir. Les joueurs qui ont toujours dit des nombres impairs restent debout et continuent à compter chacun à leur tour.

Le gagnant est celui qui reste le dernier debout et qui dit le dernier nombre impair, après que tous les autres joueurs ont été éliminés.

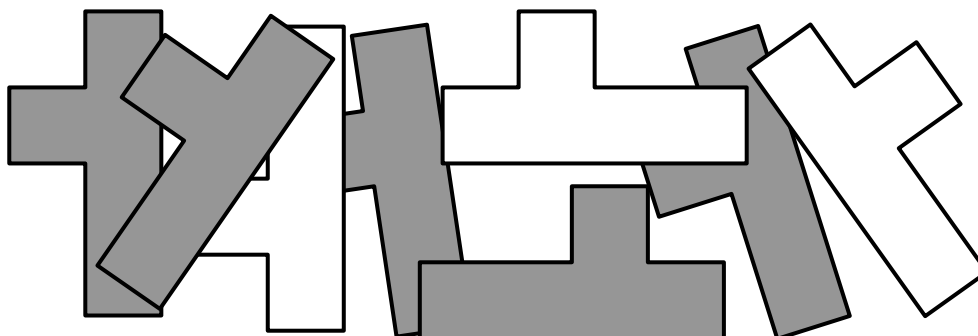
Qui sera le gagnant (le 1^{er}, le 2^e, le 3^e, ... , le 12^e joueur) ?

Quel est le dernier nombre que dira le gagnant ?

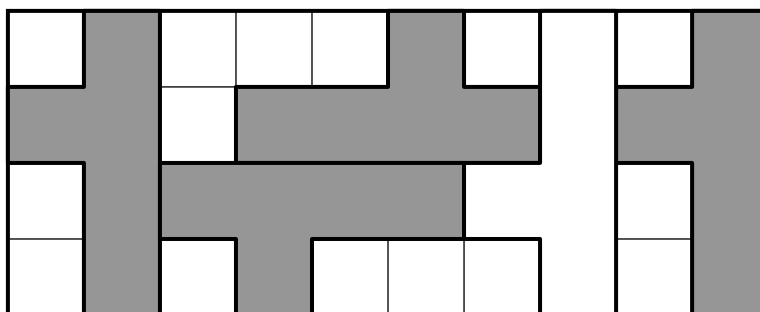
Montrez comment vous avez fait pour trouver.

3. LE JEU D’YVAN (Cat. 3, 4)

Yvan a découpé huit pièces identiques dans une feuille de carton, qui est grise d’un côté et blanche de l’autre. Il observe que toutes les pièces, lorsqu’on voit leur face grise, ressemblent à des *Y* comme la première lettre d’*Yvan*.



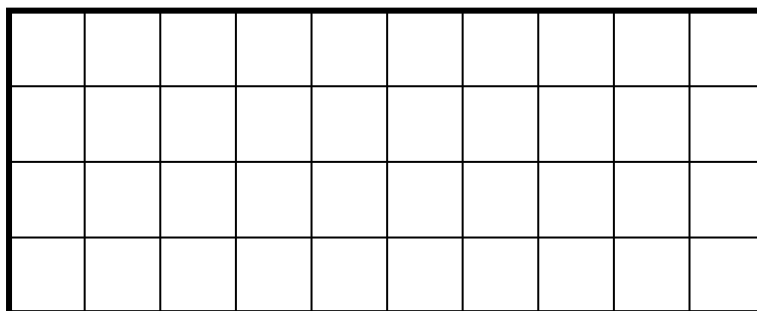
Yvan a placé cinq de ses pièces dans la grille quadrillée ci-dessous : quatre avec la face grise visible et une avec la face blanche visible. Mais il aurait pu en placer plus.



Combien de pièces peut-on placer au maximum sur cette grille, avec le plus possible de faces grises visibles ?

Chaque pièce doit recouvrir exactement cinq carrés de la grille et ne peut pas recouvrir un carré déjà occupé par une autre pièce.

Dessinez ou collez le plus grand nombre possible de pièces sur la grille ci-dessous, avec le plus possible de faces grises visibles.



4. TOURNOI DE BASKET (Cat. 3, 4)

Cinq équipes ont participé à un tournoi de basket : les Lions, les Ours, les Panthères, les Rhinocéros et les Tigres.

L’équipe des Tigres ne s’est placée ni la première, ni la dernière.

L’équipe des Ours est placée juste après celle des Lions, qui ne sont pas premiers.

Il n’y a qu’une équipe entre les Rhinocéros et les Tigres.

Écrivez les noms des cinq équipes de la première à la dernière position du classement.

5. COLLECTION DE MOTOS (Cat. 3, 4, 5)

Léo collectionne des petites motos.

Il a préparé des boîtes pour ranger toutes ses motos.

Il commence à en mettre 4 dans chaque boîte, mais à la fin il lui reste encore 2 motos à placer.

Il essaie alors d’en mettre 5 dans chaque boîte, mais il n’y arrive pas car il lui manque 3 motos pour remplir toutes les boîtes.

Combien Léo a-t-il préparé de boîtes ?

Combien a-t-il de motos ?

Expliquez comment vous avez trouvé vos solutions !

6. QU’IL FAIT BON LIRE ! (Cat. 4, 5)

Fabio a reçu en cadeau un livre de 174 pages et décide d’en organiser la lecture de la façon suivante:

- il ne lira pas le dimanche ;
- tous les autres jours, sauf le mercredi, il lira le même nombre de pages ;
- il lira 15 pages de plus le mercredi, car il a congé l’après-midi.

En faisant comme cela, Fabio arrivera à lire tout le livre en deux semaines entières.

Combien de pages doit-il lire le mercredi et combien les autres jours pour finir son livre en deux semaines ?

Expliquez comment vous avez fait pour trouver la solution.

1. LES BOUGIES D’ANNIVERSAIRE (Cat. 3, 4)

Constance aura trois ans demain et sa maman a acheté des bougies pour son gâteau d’anniversaire. Elle a acheté une boîte de 24 bougies, qu’elle pourra aussi utiliser pour les prochains anniversaires de Constance et aussi de sa petite sœur Sophie, qui n’a maintenant que neuf mois. Sur les gâteaux d’anniversaire, la maman met toujours des bougies neuves.

Pour combien d’anniversaires de Constance et combien d’anniversaires de Sophie les bougies que maman a achetées suffiront-elles ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

ANALYSE A PRIORI**Domaine de connaissances**

- Arithmétique : addition, soustraction

Analyse de la tâche

- Comprendre que l’anniversaire de Sophie arrivera 3 mois après celui de Constance et qu’il faudra chaque année commencer par prendre en compte celui de Constance avant celui de Sophie.
- Trouver qu’il faudra 4 bougies (3 + 1) pour les deux prochains anniversaires de Constance et Sophie, puis 6 (4 + 2), pour les suivants, puis 8 (5 + 3) et qu’il y aura 18 (4 + 6 + 8) bougies utilisées après les 5 ans de Constance et les 3 ans de Sophie.
- Conclure que, pour le sixième anniversaire de Constance, il faudra 6 bougies et qu’on aura alors épuisé les 24 bougies de la boîte (24 – 18 = 6). Donc, avec ces 24 bougies, on pourra fêter 4 anniversaires de Constance et 3 anniversaires de Sophie.

Ou : partir du nombre total de bougies et soustraire successivement celles qui sont utilisées à chaque anniversaire.

Ou : faire un dessin ou un schéma de toutes les bougies utilisées progressivement.

Attribution des points

- 4 Réponses correctes (4 anniversaires de Constance et 3 de Sophie) avec explications (détails des calculs ou dessins)
- 3 Réponses correctes, sans explications
- 2 Une seule des deux réponses correctes (nombre d’anniversaires d’une des deux fillettes)
ou réponse 7 (nombre total des anniversaires)
ou réponse qui donne le dernier anniversaire de chaque fillette fêté en utilisant les 24 bougies (Constance fête son sixième anniversaire et Sophie le troisième)
- 1 Début de raisonnement correct
- 0 Incompréhension du problème

Niveaux : 3, 4

Origine : Siena

2. LE DERNIER DEBOUT (Cat. 3, 4)

12 enfants sont debout et forment un cercle pour jouer au jeu « Le dernier debout ».

Le premier joueur commence en disant « un », le deuxième joueur qui est à sa droite, dit « deux », le troisième joueur, à droite du deuxième, dit « trois » ; et ainsi de suite.

Dès qu'un joueur dit un nombre pair, il est éliminé et doit s'asseoir. Les joueurs qui ont toujours dit des nombres impairs restent debout et continuent à compter chacun à leur tour.

Le gagnant est celui qui reste le dernier debout et qui dit le dernier nombre impair, après que tous les autres joueurs ont été éliminés.

Qui sera le gagnant (le 1^{er}, le 2^e, le 3^e, ... , le 12^e joueur) ?

Quel est le dernier nombre que dira le gagnant ?

Montrez comment vous avez fait pour trouver.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : numération, nombres pairs et impairs

Analyse de la tâche

- Imaginer les premiers nombres, les premiers joueurs éliminés et les joueurs qui restent debout et se rendre compte que c'est très facile jusqu'à 12, mais qu'il faudra examiner plus précisément ce qui se passe après 12. Il y a alors plusieurs possibilités :
- Jouer effectivement le jeu, si on trouve 12 personnages, ce qui n'empêche pas que, au moment de « montrer » ce qui a été fait pour trouver les réponses, il faudra en donner une trace écrite.

Ou écrire une description chronologique du genre : 1 reste debout ; 2 est éliminé ; 3 reste debout, ... ; 11 reste debout ; 12 est éliminé ; celui qui avait dit 1 (qui était resté debout) dit 13 ; celui qui avait dit 2 étant éliminé, c'est celui qui avait dit 3 qui dit 14 et qui est éliminé ... Constaté que ce type de description devient de plus en plus difficile à contrôler, tour après tour.

Ou envisager de numéroter les 12 enfants puis de les prendre dans l'ordre d'élimination. Par exemple : *les six enfant 2, 4, 6, 8, 10 et 12 sont éliminés au premier tour, il en reste six qui continuent : 1, 3, 5, 7, 9 et 11. Au deuxième tour : 1 dit 13 et reste, 3 dit 14 et est éliminé, 5 dit 15 et reste, 7 dit 16 et est éliminé, 9 dit 17 et reste, 11 dit 18 et est éliminé. Il reste trois enfants : 1, 5 et 9. Au troisième tour : 1 dit 19 et reste, 5 dit 20 et est éliminé, 9 dit 21 et reste. Il reste deux enfants, 1 et 9. Au quatrième tour : 1 dit 22 et est éliminé, 9 dit 23 reste seul. C'est lui le gagnant.* (Ce raisonnement peut éventuellement être accompagné d'une représentation en tableau.)

Ou utiliser un schéma ou disposer les emplacements des joueurs (1, 2, 3, 4 ... 12) en cercle, écrire à côté de ces emplacements les nombres qui correspondent, un à un, les biffer lorsqu'ils sont pairs pour aboutir à 23 sur l'emplacement du 9^e joueur.

On peut aussi trouver 23 par un raisonnement sur la parité des nombres, car 23 est le 12^e nombre impair, mais sans savoir quel est le joueur qui le prononce.

Attribution des points

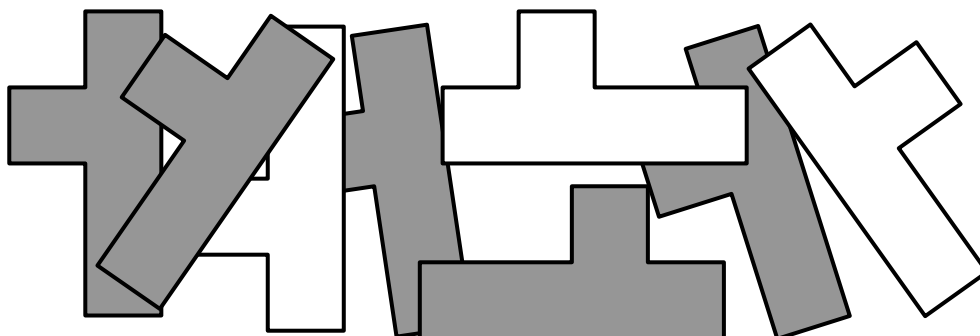
- 4 Les deux réponses correctes (le 9^e joueur dit 23) avec explication claire
- 3 Les deux réponses correctes (le 9^e joueur dit 23) avec explications confuses
ou une erreur due à un seul « décalage » dans l'inventaire, l'historique ou le schéma, avec explication claire et cohérence entre les deux réponses
- 2 Les deux réponses correctes (le 9^e joueur dit 23) sans explication (ou seulement « on a joué et on a trouvé »)
ou : 23 seulement avec une explication sur la parité
ou une erreur due à deux « décalages » seulement dans l'inventaire, l'historique ou le schéma, avec explication claire et cohérence entre les deux réponses, ou raisonnement correct sur les trois premiers tours
ou une des réponses « le 9^e joueur dit 21 » ou « le dernier nombre dit est 22 » en pensant que le dernier ne dit rien
ou raisonnement qui va jusqu'à trois tours
- 1 Début de raisonnement qui va jusqu'à deux tours
- 0 Incompréhension du problème

Niveaux : 3, 4

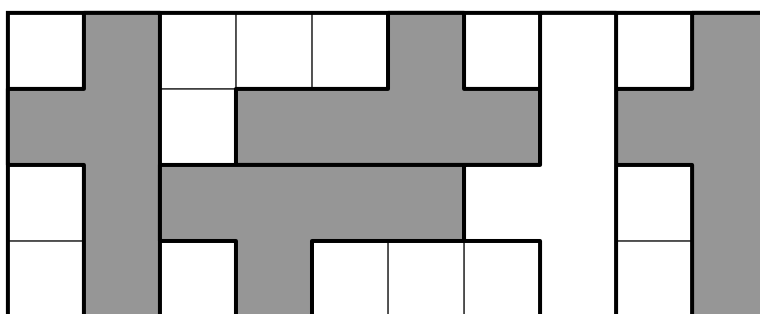
Origine : Inspiré d'un problème du 8^e RMT

3. LE JEU D’YVAN (Cat. 3, 4)

Yvan a découpé huit pièces identiques dans une feuille de carton, qui est grise d’un côté et blanche de l’autre. Il observe que toutes les pièces, lorsqu’on voit leur face grise, ressemblent à des *Y* comme la première lettre d’*Yvan*.



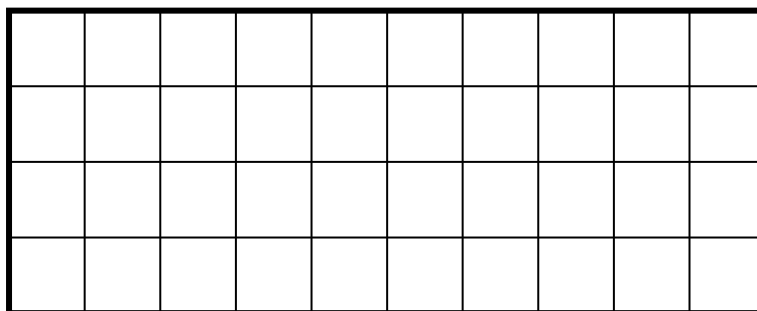
Yvan a placé cinq de ses pièces dans la grille quadrillée ci-dessous : quatre avec la face grise visible et une avec la face blanche visible. Mais il aurait pu en placer plus.



Combien de pièces peut-on placer au maximum sur cette grille, avec le plus possible de faces grises visibles ?

Chaque pièce doit recouvrir exactement cinq carrés de la grille et ne peut pas recouvrir un carré déjà occupé par une autre pièce.

Dessinez ou collez le plus grand nombre possible de pièces sur la grille ci-dessous, avec le plus possible de faces grises visibles.



ANALYSE A PRIORI**Domaine de connaissances**

- Géométrie : déplacement de figures, pavage sur quadrillage, rotation et translation

Analyse de la tâche

- Essayer de placer les pièces de manière « économique » (pour éviter les espaces vides) et se rendre compte qu’il est très facile d’en placer 6. Si par exemple on les assemble par deux, on peut placer côte à côte trois rectangles de 3 x 4 (fig. 1).



fig 1

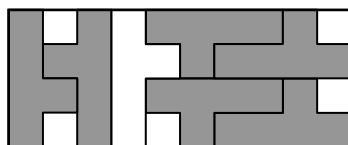


fig 2

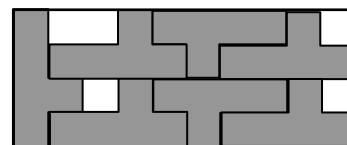


fig 3

- Poursuivre les essais jusqu’à pouvoir placer une septième pièce, éventuellement avec une face blanche (fig. 2) et à obtenir toutes les pièces avec une face grise, (fig. 3) par dessins ou par découpages.
- Les recherches peuvent être stimulées par le comptage des carrés. 40 carrés de la grille permettraient au maximum de placer 8 pièces de 5 carrés chacune. Avec 6 pièces, 10 carrés ne sont pas recouverts, ce qui incite à chercher le moyen de placer une 7^e pièce. Mais la forme ne permet pas de recouvrir toute la grille et que 5 carrés resteront vides (fig 2 et fig 3)

Une méthode efficace consiste à découper 8 pièces et de chercher à les placer.

Attribution des points

- 4 7 pièces dessinées ou collées, distinctement, faces grises visibles (respectant l’orientation du « Y »)
- 3 7 pièces dessinées ou collées mais avec une face blanche
ou 6 pièces dessinées ou collées avec la face grise visible
- 2 7 pièces dessinées ou collées, avec plus d’une face blanche
ou 6 pièces dessinées ou collées avec une seule face blanche
- 1 5 pièces dessinées correctement avec face grise visible
ou 6 sans tenir compte de la couleur
- 0 Les pièces se superposent ou ne recouvrent pas 5 carrés (dépassement de la grille)
ou incompréhension du problème

Niveaux : 3, 4

Origine : Genova, Rozzano

4. TOURNOI DE BASKET (Cat. 3, 4)

Cinq équipes ont participé à un tournoi de basket : les Lions, les Ours, les Panthères, les Rhinocéros et les Tigres.

L’équipe des Tigres ne s’est placée ni la première, ni la dernière.

L’équipe des Ours est placée juste après celle des Lions, qui ne sont pas premiers.

Il n’y a qu’une équipe entre les Rhinocéros et les Tigres.

Écrivez les noms des cinq équipes de la première à la dernière position du classement.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Logique: gestion de relations et conditions (y compris la négation)

Analyse de la tâche

- Comprendre, d’après les contraintes de l’énoncé, que :
 - les Tigres, Lions et Ours ne peuvent être en première position,
 - les Lions et les Ours, qui se suivent, ne peuvent être entre les Rhinocéros et les Tigres.
- Ce sont donc les Panthères qui sont entre les Rhinocéros et les Tigres.
- En déduire que les Rhinocéros sont les premiers.
- Donner le classement final : Rhinocéros, Panthères, Tigres, Lions, Ours.

Ou : disposer les équipes par essais successifs et rectifications avec éventuellement l’aide de noms ou images mobiles.

Ou : dessiner un tableau à double entrée (noms des équipes/positions) pour visualiser les contraintes.

Attributions des points

- 4 Réponse correcte (Rhinocéros, Panthères, Tigres, Lions, Ours)
- 3 Réponse avec ordre inversé (de la dernière position à la première)
- 2 Réponse erronée qui respecte toutes les contraintes, sauf une (exemples : PRTLO, non respect de la dernière contrainte ; LOTPR, non respect de la contrainte « les Lions ne sont pas les premiers »; ...)
- 1 Début de recherche correct
 - ou réponse qui ne respecte pas deux conditions
- 0 Incompréhension du problème

Niveaux : 3, 4

Origine : Genova

5. COLLECTION DE MOTOS (Cat. 3, 4, 5)

Léo collectionne des petites motos.

Il a préparé des boîtes pour ranger toutes ses motos.

Il commence à en mettre 4 dans chaque boîte, mais à la fin il lui reste encore 2 motos à placer.

Il essaie alors d’en mettre 5 dans chaque boîte, mais il n’y arrive pas car il lui manque 3 motos pour remplir toutes les boîtes.

Combien Léo a-t-il préparé de boîtes ?

Combien a-t-il de motos ?

Expliquez comment vous avez trouvé vos solutions !

ANALYSE A PRIORI**Domaine de connaissances**

- Arithmétique (addition, soustraction, multiples, divisibilité)

Analyse de la tâche

- Imaginer la répartition : Léo met 4 modèles par boîte et il lui en reste 2. Il décide d’en mettre 5 par boîte, c’est-à-dire un de plus. Il place les deux motos qui restent dans les deux premières boîtes. Comme il manque 3 motos pour remplir toutes les boîtes, les 3 dernières seront incomplètes.
- En déduire qu’il y a donc 5 boîtes : 2 avec 5 motos et 3 avec 4 motos ; ce qui fait en tout $2 \times 5 + 3 \times 4 = 22$ motos et et vérifier éventuellement que $5 \times 4 + 2 = 22$ et $5 \times 5 - 3 = 22$.

(La situation peut être représentés par le dessin des boîtes ou simulée par des manipulations effectives)

Ou, par essais successifs, par multiplications, additions et soustractions, déterminer le nombre de motos dans les deux rangements jusqu’à obtenir l’égalité.

Les essais peuvent être inorganisés ou ordonnés en faisant varier le nombre de boîtes et en remarquant que la différence entre les deux nombres de motos décroît régulièrement, par exemple :

boîtes	2	3	4	5
motos (4 /boîte)	$4 \times 2 + 2 = 10$	$4 \times 3 + 2 = 14$	$4 \times 4 + 2 = 18$	$4 \times 5 + 2 = \mathbf{22}$
motos (5 /boîte)	$5 \times 2 - 3 = 7$	$5 \times 3 - 3 = 12$	$5 \times 4 - 3 = 17$	$5 \times 5 - 3 = \mathbf{22}$

- Partir d'un nombre de motos qui permet de respecter une des contraintes du rangement (par exemple un nombre qui a pour reste 2 dans la division par 4) et vérifier s'il respecte la deuxième contrainte. Recommencer jusqu'à trouver un nombre qui convient.

Dans tous les cas, en déduire que le nombre de boîtes préparées par Lisa est 5, le nombre de motos étant 22.

Attribution des points

- 4 Réponses correctes (5 boîtes et 22 motos) avec explications claires et détaillées
- 3 Réponses correctes (5 boîtes et 22 motos) avec explications peu claires
- 2 Réponses correctes (5 boîtes et 22 motos) sans explications
ou démarche correcte avec erreur de calcul (exemple : 4 boîtes et 18 motos et une erreur dans le cas des 5 motos par boîte, 18 à la place de 17)
- 1 Une des réponses, sans explication
- 0 Incompréhension du problème.

Niveaux : 3, 4, 5

Origine : Luxembourg

6. QU'IL FAIT BON LIRE ! (Cat. 4, 5)

Fabio a reçu en cadeau un livre de 174 pages et décide d'en organiser la lecture de la façon suivante:

- il ne lira pas le dimanche ;
- tous les autres jours, sauf le mercredi, il lira le même nombre de pages ;
- il lira 15 pages de plus le mercredi, car il a congé l'après-midi.

En faisant comme cela, Fabio arrivera à lire tout le livre en deux semaines entières.

Combien de pages doit-il lire le mercredi et combien les autres jours pour finir son livre en deux semaines ?

Expliquez comment vous avez fait pour trouver la solution.

ANALYSE A PRIORI**Domaine de connaissances**

- Arithmétique : nombres jusqu'à 200, les quatre opérations

Analyse de la tâche

- Savoir que dans deux semaines il y a 14 jours.
- Se rendre compte que dans ces deux semaines il y a deux dimanches et deux mercredi (et qu'il lira 12 jours, dont 2 avec 15 pages en plus).
- Partir des 174 pages, enlever les 30 pages (2×15) qu'il lit en plus les mercredis et trouver le nombre de pages qu'il lit régulièrement en 12 jours (144).
- Diviser 144 par 12 et trouver que Fabio doit lire 12 pages chaque jour.
- Ajouter les 15 pages qu'il lit en plus le mercredi pour trouver les pages qu'il lit ce jour-là ($12 + 15 = 27$).

Ou: procéder par essais en faisant des hypothèses sur le nombre de pages lues chaque jour, différent du mercredi. Par exemple supposer que ce soient 10 et trouver qu'on aurait $[(10 \times 5) + 25] \times 2 = 150$ pages lues en deux semaines: trop peu. Essayer avec 11 et trouver que ce n'est pas encore convenable ; trouver au contraire qu'avec 12 on obtient exactement $174 = [(12 \times 5) + 25] \times 2$.

Ou : considérer que si chaque jour des deux semaines, différent du dimanche, Fabio avait lu le même nombre de pages, cela aurait fait 14 pages ($174 : 12$) avec un reste de 6 pages. Procéder ensuite en enlevant chaque fois 1 au nombre des pages lues chaque jour (on augmente ainsi chaque fois le reste de 12 pages). On trouve alors que, si on suppose 12 pages lues chaque jour, on obtient un reste de 30 pages (les 15 en plus des deux mercredis).

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (27 pages le mercredi et 12 pages les autres jours sauf les dimanches), avec calculs et explications
- 3 Réponse correcte sans détail des calculs ou explications confuses
- 2 Réponse correcte sans explications
ou réponse erronée due à une démarche correcte avec une seule erreur de calcul
- 1 Raisonnement qui ne tient pas compte d'une des conditions (le dimanche ou le mercredi ou le nombre de jours de lecture)
ou repérage des 12 jours de lecture effective ou des 30 pages lues le mercredi
- 0 Incompréhension du problème

Niveaux : 4, 5

Origine : Ticino